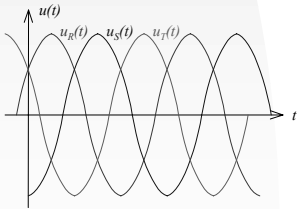


Trofazni sustav

- Linijski i fazni naponi i struje.
- Spoj zvijezda.
- Spoj trokut.
- Simetrično i nesimetrično opterećenje.
- Snaga trofaznog sustava.



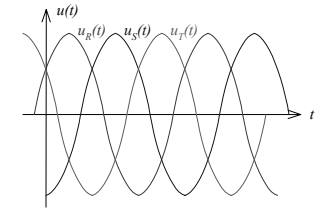
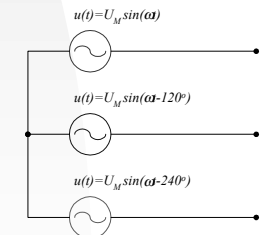
Uvodni pojmovi

- Trofazni sustav napajanja predstavlja sustav napajanja koji se sastoji od tri međusobno zavisna izvora izmjeničnog sinusoidalnog napona.

- Ti izvori napajanja daju napone koji imaju:

- međusobno jednake amplitude ($U_{M1} = U_{M2} = U_{M3}$),
- međusobno jednake frekvencije ($f_1 = f_2 = f_3$),

ali koji su međusobno fazno pomaknuti za jednu trećinu periode (120°):



Početna stranica



Uvodni pojmovi

- Stoga vrijedi:

$$U_R = U_M \cdot \sin(\omega \cdot t) [\text{V}]$$

$$U_S = U_M \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) [\text{V}]$$

$$U_T = U_M \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right) [\text{V}]$$

odnosno (u kompleksnoj domeni):

$$\dot{U}_R = U \angle 0^\circ [\text{V}]$$

$$\dot{U}_S = U \angle -120^\circ [\text{V}]$$

$$\dot{U}_T = U \angle -240^\circ [\text{V}]$$

gdje je:

$$U = \frac{U_M}{\sqrt{2}} [\text{V}]$$

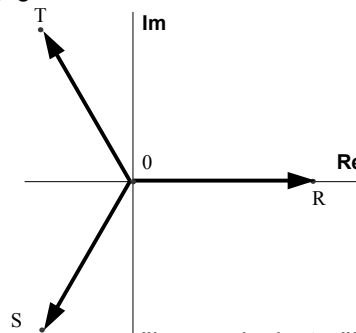


Početna stranica



Uvodni pojmovi

- Navedene vektore može se prikazati i odgovarajućim vektorskim dijagramom:



- Postoje dva osnovna načina spajanja trošila u trofaznim sustavima:

- spoj trokut,
- spoj zvijezda.

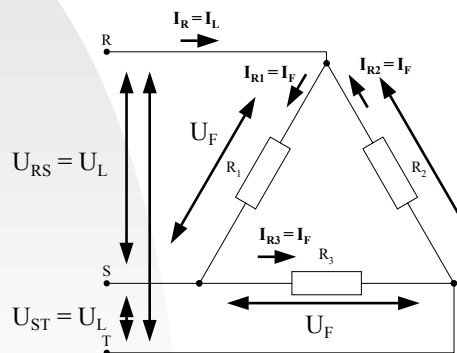


Početna stranica



Uvodni pojmovi

■ Spoj trokut:



1. $U_L = U_F$
2. $U_F = I_F \cdot R_F$
3. $I_L = I_F \cdot \sqrt{3}$

samo kod simetričnog opterećenja, tj. za $R_1 = R_2 = R_3$!!!
($Z_1 = Z_2 = Z_3$)

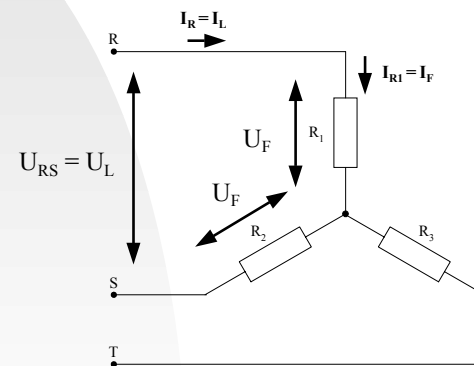


Početna stranica



Uvodni pojmovi

■ Spoj zvijezda:



1. $I_L = I_F$
2. $U_F = I_F \cdot R_F$
3. $U_L = U_F \cdot \sqrt{3}$

samo kod simetričnog opterećenja, tj. za $R_1 = R_2 = R_3$!!!
($Z_1 = Z_2 = Z_3$)



Početna stranica



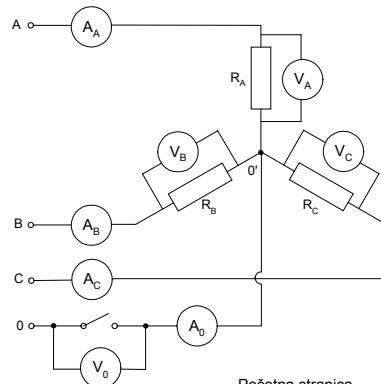
1. zadatak

Zadana je mreža prema slici. Odredite pokazivanja instrumenata za sljedeće slučajeve:

- a) jednak teret u svim fazama uz uključenu sklopku u nul-vodu
- b) prekid faze C uz uključenu sklopku u nul - vodu
- c) prekid faze C uz isključenu sklopku u nul - vodu
- d) kratki spoj faze A uz isključenu sklopku u nul - vodu

Zadano je:

- $U_L = 173$ [V]
- $R_A = R_B = R_C = 10$ [Ω]

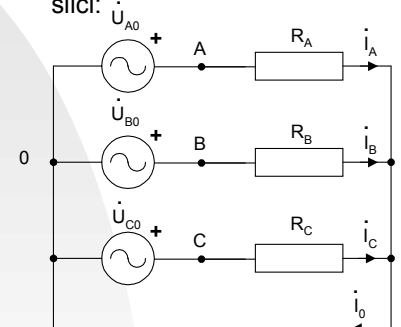


Početna stranica



Rješenje zadatka

- Mreža s uključenom sklopku u nul-vodu izgleda kao na slici:



Naponi izvora:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A0} &= 100 \angle 0^\circ \text{ [V]} \\ \dot{U}_{B0} &= 100 \angle -120^\circ \text{ [V]} \\ \dot{U}_{C0} &= 100 \angle 120^\circ \text{ [V]} \end{aligned}$$

S obzirom da je riječ o simetričnom trošilu s nul-vodom vrijedi:

$$\dot{U}_{0'0} = 0$$

Napon na trošilima:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A0'} &= \dot{U}_{A0} = 100 \angle 0^\circ \text{ [V]} \\ \dot{U}_{B0'} &= \dot{U}_{B0} = 100 \angle -120^\circ \text{ [V]} \\ \dot{U}_{C0'} &= \dot{U}_{C0} = 100 \angle 120^\circ \text{ [V]} \end{aligned}$$



Početna stranica



- Iz poznatih napona na trošilima moguće je odrediti struje:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{A0'}}{R_A} = \frac{100\angle 0^\circ}{10} = 10\angle 0^\circ [\text{A}]$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{B0'}}{R_B} = \frac{100\angle -120^\circ}{10} = 10\angle -120^\circ [\text{A}]$$

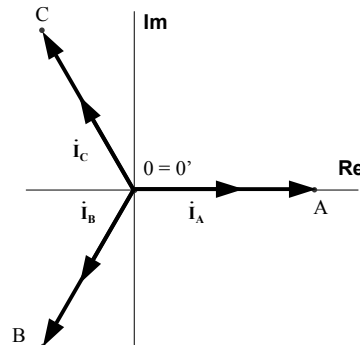
$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{C0'}}{R_C} = \frac{100\angle 120^\circ}{10} = 10\angle 120^\circ [\text{A}]$$

- Vektorski dijagram:

- Naponi trofaznog izvora su zadani.
- Zbog spojenog nul-voda, naponi na trošilima u pojedinim fazama jednaki su naponima izvora.

$$\varphi_0 = \varphi_{0'} \Rightarrow \dot{U}_{A0'} = \dot{U}_{A0}, \dots$$

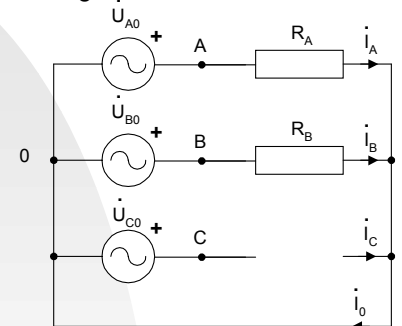
- Struje koje teku kroz pojedine faze (A, B, C) su u fazi s naponima na trošilima.



Početna stranica



- Mreža s uključenom sklopkom u nul-vodu i prekid faze C izgleda kao na slici:



Zbog postojećeg nul-voda vrijedi:

$$\dot{U}_{0'0} = 0$$

Napon na trošilima:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{A0'} &= \dot{U}_{A0} = 100\angle 0^\circ [\text{V}] \\ \dot{U}_{B0'} &= \dot{U}_{B0} = 100\angle -120^\circ [\text{V}] \\ \dot{U}_{C0'} &= \dot{U}_{C0} = 100\angle 120^\circ [\text{V}]\end{aligned}$$

- Struje:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{A0'}}{R_A} = \frac{100\angle 0^\circ}{10} = 10\angle 0^\circ [\text{A}]$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{B0'}}{R_B} = \frac{100\angle -120^\circ}{10} = 10\angle -120^\circ [\text{A}]$$

$$\dot{I}_C = 0\angle 0^\circ [\text{A}]$$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B = 10\angle -60^\circ [\text{A}]$$

Početna stranica

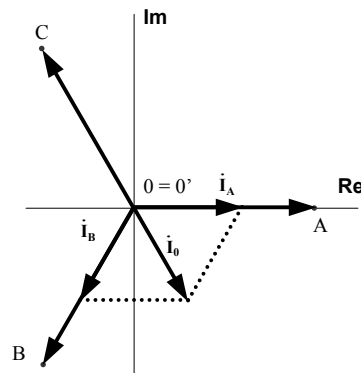


- Vektorski dijagram:

- Naponi trofaznog izvora su zadani.
- Zbog spojenog nul-voda, naponi na trošilima u pojedinim fazama jednaki su naponima izvora.

$$\varphi_0 = \varphi_{0'} \Rightarrow \dot{U}_{A0'} = \dot{U}_{A0}, \dots$$

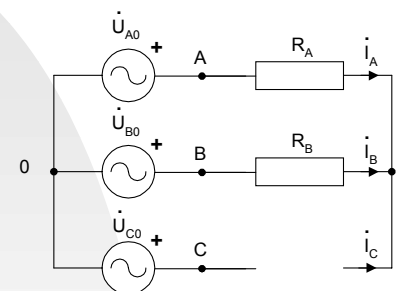
- U fazi C, zbog prekida, ne teče struja.
- Struje koje teku kroz ostale faze (A, B) su u fazi s naponima na trošilima.
- Struja kroz nul-vodič jednaka je vektorskom zbroju struja u fazama A i B.



Početna stranica



- Mreža s isključenom sklopkom u nul-vodu i prekid faze C izgleda kao na slici:



Mreža nema nul-vod pa vrijedi:

$$\dot{U}_{0'0} \neq 0$$

Napon na trošilima nije jednak naponu izvora:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{A0'} &= \dot{U}_{A0} - \dot{U}_{0'0} \\ \dot{U}_{B0'} &= \dot{U}_{B0} - \dot{U}_{0'0} \\ \dot{U}_{C0'} &= \dot{U}_{C0} - \dot{U}_{0'0}\end{aligned}$$

- Da bi se odredili naponi na trošilima potrebno je odrediti napon između zvjezdišta trofaznog trošila i izvora. Taj napon se određuje pomoću Millman-ovog teorema:

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\frac{\dot{U}_{A0}}{R_A} + \frac{\dot{U}_{B0}}{R_B}}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}} = \frac{\frac{100\angle 0^\circ}{10} + \frac{100\angle -120^\circ}{10}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = 50\angle -60^\circ [\text{V}]$$

Početna stranica



■ Naponi na trošilima iznose:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{A0'} &= \dot{U}_{A0} - \dot{U}_{0'0} = 100\angle 0^\circ - 50\angle -60^\circ = 86.6\angle 30^\circ [\text{V}] \\ \dot{U}_{B0'} &= \dot{U}_{B0} - \dot{U}_{0'0} = 100\angle -120^\circ - 50\angle -60^\circ = 86.6\angle -150^\circ [\text{V}] \\ \dot{U}_{C0'} &= \dot{U}_{C0} - \dot{U}_{0'0} = 100\angle 120^\circ - 50\angle -60^\circ = 150\angle 120^\circ [\text{V}]\end{aligned}$$

■ Struje u mreži:

$$\dot{I}_C = 0\angle 0^\circ [\text{A}]$$

$$\dot{I}_A \cdot R_A = \dot{U}_{A0} - \dot{U}_{0'0} \Rightarrow \dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{A0} - \dot{U}_{0'0}}{R_A}$$

$$\dot{I}_A = \frac{100\angle 0^\circ - 50\angle -60^\circ}{10} = 8.66\angle 30^\circ [\text{A}]$$

$$\dot{I}_B \cdot R_B = \dot{U}_{B0} - \dot{U}_{0'0} \Rightarrow \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{B0} - \dot{U}_{0'0}}{R_B}$$

$$\dot{I}_B = \frac{100\angle -120^\circ - 50\angle -60^\circ}{10} = 8.66\angle -150^\circ [\text{A}]$$


[Početna stranica](#)


■ Vektorski dijagram:

1. Naponi trofaznog izvora su zadani.

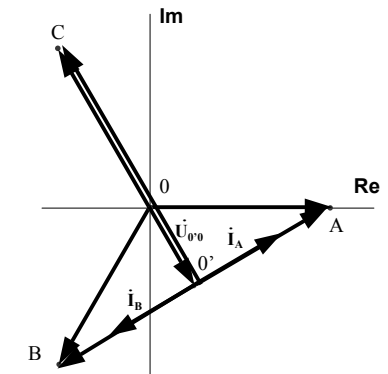
2. Budući da mreža nema nul-vod postoji razlika potencijala između zvjezdišta trošila i izvora.

$$\phi_{0'} \neq \phi_0 \Rightarrow \phi_{0'} = \dot{U}_{0'0}$$

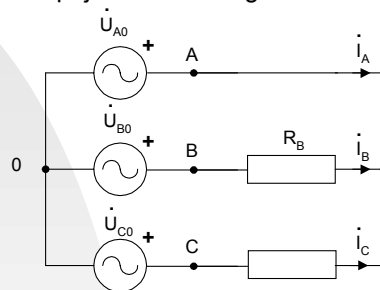
3. Spajanjem točaka A, B i C sa točkom 0' dobiju se naponi na trošilima u pojedinim fazama.

4. Iz dijagrama je vidljivo da se radi o nesimetričnom trofaznom sustavu, za razliku od prethodnog slučaja sa spojenim nul-vodom.

5. Struja kroz trošila u fazama A i B je u fazi s naponima na tim trošilima.


[Početna stranica](#)


■ Mreža s isključenom sklopkom u nul-vodu i kratkim spojem u fazi A izgleda kao na slici:



Mreža nema nul-vod pa vrijedi:

$$\dot{U}_{0'0} \neq 0$$

Budući da se u fazi A nalazi samo naponski izvor vrijedi:

$$\begin{aligned}\phi_{0'} &= \phi_A \\ \dot{U}_{0'0} &= \dot{U}_{A0}\end{aligned}$$

■ Naponi na trošilima u fazi B i C:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{B0'} &= \dot{U}_{B0} - \dot{U}_{0'0} = \dot{U}_{B0} - \dot{U}_{A0} = 100\angle -120^\circ - 100\angle 0^\circ = 173\angle -150^\circ [\text{V}] \\ \dot{U}_{C0'} &= \dot{U}_{C0} - \dot{U}_{0'0} = \dot{U}_{C0} - \dot{U}_{A0} = 100\angle 120^\circ - 100\angle 0^\circ = 173\angle 150^\circ [\text{V}]\end{aligned}$$

■ Struje:

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{B0'}}{R_B} = \frac{173\angle -150^\circ}{10} = 17.3\angle -150^\circ [\text{A}]$$


[Početna stranica](#)


$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{C0'}}{R_C} = \frac{173\angle 150^\circ}{10} = 17.3\angle 150^\circ [\text{A}]$$

$$\dot{I}_A = -\dot{I}_B - \dot{I}_C = -17.3\angle -150^\circ - 17.3\angle 150^\circ = 30\angle 0^\circ [\text{A}]$$

■ Vektorski dijagram:

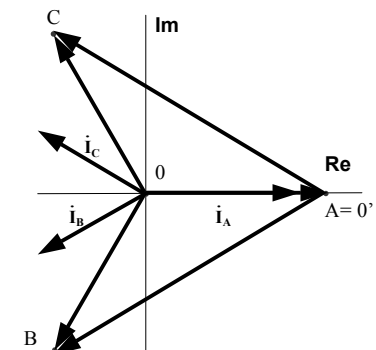
1. Naponi trofaznog izvora su zadani.

2. Zbog kratkog spoja u fazi A potencijali točaka A i 0' su isti.

$$\phi_{0'} = \phi_A$$

3. Napone na pojedinim trošilima u fazama B i C dobijemo spajanjem točke 0' s pripadnom točkom.

4. Struje u fazama B i C su u fazi s naponima na trošilima u fazama B i C. Struja u fazi A jednaka je vektorskom zbroju struja I_B i I_C.


[Početna stranica](#)

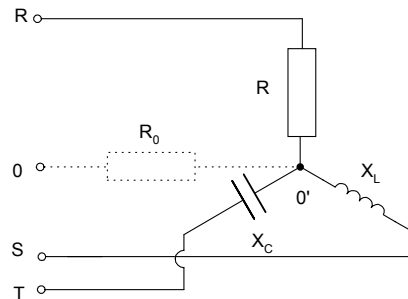

2. zadatak

U mreži prema slici odredite linijske struje te nacrtajte vektorski dijagram. Razmotrite sljedeće slučajeve:

- nema nul-vodiča
- postoji nul vodič otpora R_0
- postoji nul-vodič zanemarivog otpora

Zadano:

- $U_L = 380$ [V]
- $R = X_L = X_C = 10$ [Ω]
- $R_0 = 2.5$ [Ω]

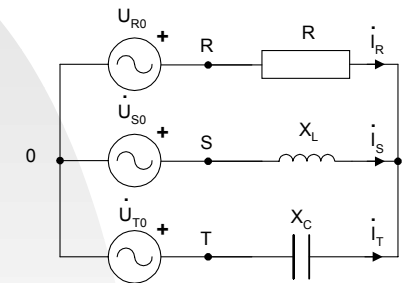


Početna stranica



Rješenje zadatka

- Mreža bez nul-vodiča:



Naponi izvora:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{R0} &= \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \angle 0^\circ \text{ [V]} \\ \dot{U}_{S0} &= 220 \angle -120^\circ \text{ [V]} \\ \dot{U}_{T0} &= 220 \angle 120^\circ \text{ [V]} \end{aligned}$$

- Radi se o nesimetričnom trošilu budući da su impedancije različitih karaktera pa vrijedi:

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\frac{\dot{U}_{R0}}{R} + \frac{\dot{U}_{S0}}{jX_L} + \frac{\dot{U}_{T0}}{-jX_C}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C}} = \frac{\frac{220 \angle 0^\circ}{10} + \frac{220 \angle -120^\circ}{j10} + \frac{220 \angle 120^\circ}{-j10}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{j10} + \frac{1}{-j10}} = -160 \text{ [V]}$$

Početna stranica



- Struje u mreži određuju se na sljedeći način:

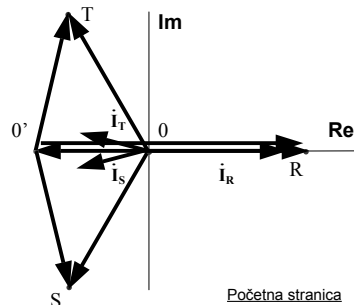
$$\dot{I}_R \cdot R = \dot{U}_{R0} - \dot{U}_{0'0} \Rightarrow \dot{I}_R = \frac{\dot{U}_{R0} - \dot{U}_{0'0}}{R} = \frac{220 \angle 0^\circ - (-160)}{10} = 38 \text{ [A]}$$

$$\dot{I}_S = \frac{\dot{U}_{S0} - \dot{U}_{0'0}}{jX_L} = \frac{220 \angle -120^\circ - (-160)}{j10} = -19 - j5 \text{ [A]}$$

$$\dot{I}_T = \frac{\dot{U}_{T0} - \dot{U}_{0'0}}{-jX_C} = \frac{220 \angle 120^\circ - (-160)}{-j10} = -19 + j5 \text{ [A]}$$

- Vektorski dijagram:

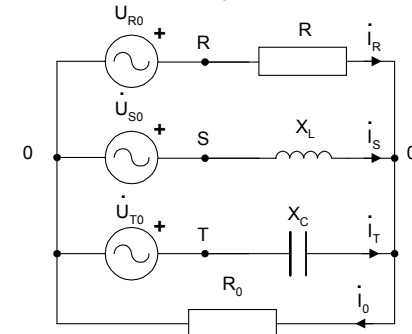
- Zbog nesimetričnog trošila potencijal zvjezdišta trošila ($0'$) je pomaknut u odnosu na točku 0.
- Naponi na trošilima izgledaju kao na slici.
- Struja u fazi R je u fazi s naponom na trošilu. Struja u fazi S kasni za 90° , a u fazi T prethodi za 90° pripadnom naponu.



Početna stranica



- Mreža s nul-vodičem otpora R_0 :



- Napon $U_{0'0}$:

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\frac{\dot{U}_{R0}}{R} + \frac{\dot{U}_{S0}}{jX_L} + \frac{\dot{U}_{T0}}{-jX_C}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C} + \frac{1}{R_0}} = \frac{\frac{220 \angle 0^\circ}{10} + \frac{220 \angle -120^\circ}{j10} + \frac{220 \angle 120^\circ}{-j10}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{j10} + \frac{1}{-j10} + \frac{1}{2.5}} = -32 \text{ [V]}$$

Početna stranica



- Struje u mreži određuju se na sljedeći način:

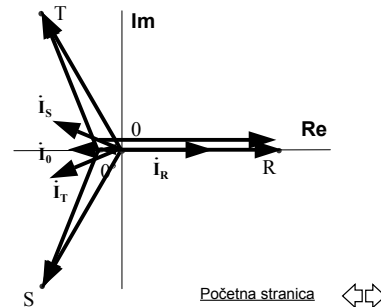
$$i_R = \frac{\dot{U}_{R0} - \dot{U}_{0'0}}{R} = \frac{220\angle 0^\circ - (-32)}{10} = 25.2 \text{ [A]}$$

$$i_S = \frac{\dot{U}_{S0} - \dot{U}_{0'0}}{jX_L} = \frac{220\angle -120^\circ - (-32)}{j10} = -19 - j7.8 \text{ [A]}$$

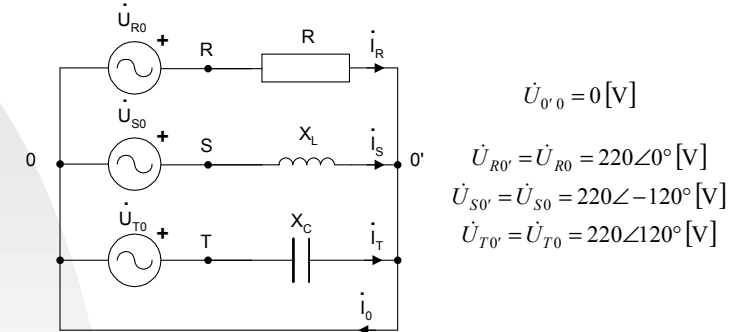
$$i_T = \frac{\dot{U}_{T0} - \dot{U}_{0'0}}{-jX_C} = \frac{220\angle 120^\circ - (-32)}{-j10} = -19 + j7.8 \text{ [A]}$$

$$i_0 = i_R + i_S + i_T = \frac{\dot{U}_{0'0}}{R_0} = \frac{-32}{2.5} = -12.8 \text{ [A]}$$

- Vektorski dijagram:



- Mreža s nul-vodičem zanemarivog otpora:



- Struje u mreži:

$$i_R = \frac{\dot{U}_{R0'}}{R} = \frac{220\angle 0^\circ}{10} = 22 \text{ [A]}$$

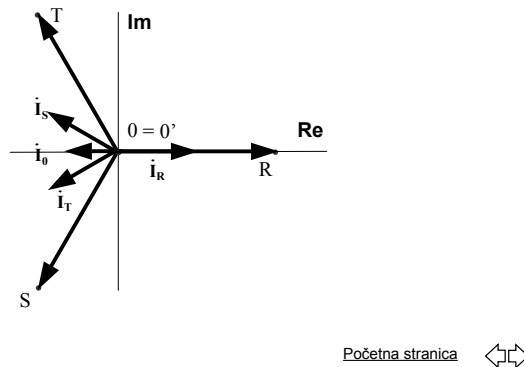
$$i_S = \frac{\dot{U}_{S0'}}{jX_L} = \frac{220\angle -120^\circ}{j10} = 22\angle -210^\circ \text{ [A]}$$

Početna stranica

$$i_T = \frac{\dot{U}_{T0'}}{-jX_C} = \frac{220\angle 120^\circ}{-j10} = 22\angle 210^\circ \text{ [A]}$$

$$i_0 = i_R + i_S + i_T = 22\angle 0^\circ + 22\angle -210^\circ + 22\angle 210^\circ = -16 \text{ [A]}$$

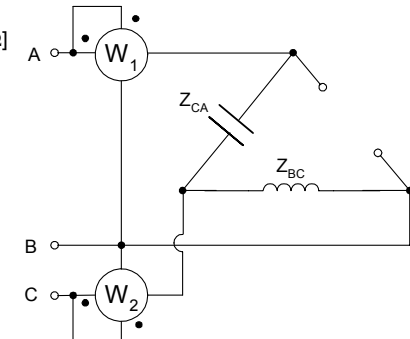
- Vektorski dijagram:



3. zadatak

Trošilo je priključeno na trofaznu mrežu napona U_L . Odredite pokazivanje mjernih instrumenata. Zadano:

- $U_L = 220 \text{ [V]}$
- $Z_{AB} = \infty \text{ [\Omega]}$
- $Z_{BC} = Z_{CA} = 10 \text{ [\Omega]}$



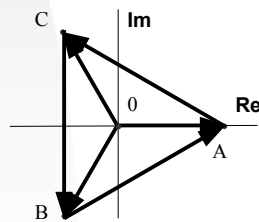
Rješenje zadatka

- Watmetri su spojeni u tzv. Aronov spoj, kojim se mjeri radna snaga cijelog trofaznog sustava. Radna snaga koja se troši na trofaznom trošilu jednaka je algebarskoj sumi očitavanja pojedinih watmetara.

- Watmetri mjere sljedeće:

$$P_{W1} = \operatorname{Re}\{\dot{U}_{AB} \cdot \dot{I}_A^*\} \quad P_{W2} = \operatorname{Re}\{\dot{U}_{CB} \cdot \dot{I}_C^*\}$$

- Da bi se odredila pokazivanja watmetra potrebno je odrediti napone i struje. Linijski naponi iznose:



$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= U_L \angle 30^\circ = 220 \angle 30^\circ [\text{V}] \\ \dot{U}_{BC} &= U_L \angle -90^\circ = 220 \angle -90^\circ [\text{V}] \\ \dot{U}_{CA} &= U_L \angle 150^\circ = 220 \angle 150^\circ [\text{V}]\end{aligned}$$


[Početna stranica](#)

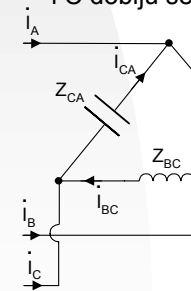

- Fazne struje iznose:

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\dot{Z}_{CA}} = \frac{220 \angle 150^\circ}{-j10} = 22 \angle 240^\circ [\text{A}]$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\dot{Z}_{BC}} = \frac{220 \angle -90^\circ}{j10} = 22 \angle 180^\circ [\text{A}]$$

$$\dot{I}_{AB} = 0 [\text{A}]$$

- Korištenjem prvog Kircchhoffovog zakona za čvorove A, B i C dobiju se linijske struje:



$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 0 - 22 \angle 240^\circ = 11 + j19 [\text{A}]$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = 22 \angle 180^\circ = -22 [\text{A}]$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 22 \angle 240^\circ - 22 \angle 180^\circ = 11 - j19 [\text{A}]$$


[Početna stranica](#)


- Uvrštenjem izračunatih vrijednosti napona i struja određujemo snage koju mjere watmetri:

$$P_{W1} = \operatorname{Re}\{\dot{U}_{AB} \cdot \dot{I}_A^*\} = \operatorname{Re}\{(190 + j110) \cdot (11 - j19)\} = 4180 [\text{W}]$$

$$P_{W2} = \operatorname{Re}\{\dot{U}_{CB} \cdot \dot{I}_C^*\} = \operatorname{Re}\{(j220) \cdot (11 + j19)\} = -4180 [\text{W}]$$

- Ukupna radna snaga trošila:

$$P_{\text{trošila}} = P_{W1} + P_{W2} = 4180 - 4180 = 0 [\text{W}]$$

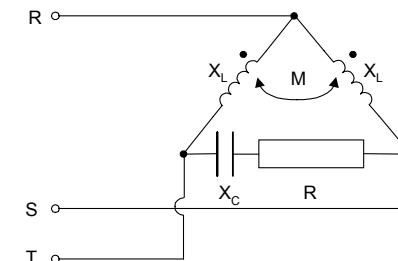
- Budući da se radi o čisto reaktivnom trošilu može se zaključiti da će radna snaga biti jednaka 0.


[Početna stranica](#)


4. zadatak

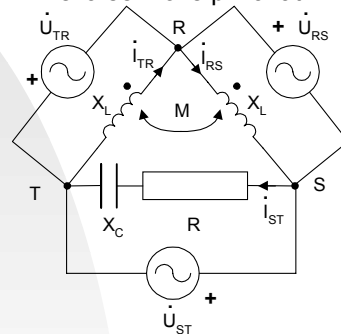
U trofaznu mrežu spojen je zadani teret. Odredite linijske i fazne struje.
Zadano:

- $U_L = 220 [\text{V}]$
- $X_L = 100 [\Omega]$
- $X_M = 50 [\Omega]$
- $X_C = 100 [\Omega]$
- $R = 100 [\Omega]$


[Početna stranica](#)


Rješenje zadatka

- Mreža se može prikazati i na sljedeći način:



Pretpostavimo napone izvora:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{RS} &= 220\angle 0^\circ [\text{V}] \\ \dot{U}_{ST} &= 220\angle -120^\circ [\text{V}] \\ \dot{U}_{TR} &= 220\angle 120^\circ [\text{V}]\end{aligned}$$

- Za mrežu vrijedi:

$$\dot{U}_{RS} = \dot{I}_{RS} \cdot jX_L - \dot{I}_{TR} \cdot jX_M$$

$$\dot{U}_{TR} = \dot{I}_{TR} \cdot jX_L - \dot{I}_{RS} \cdot jX_M$$

$$\dot{U}_{ST} = \dot{I}_{ST} \cdot (R - jX_C)$$



Početna stranica



- Struja I_{ST} iznosi:

$$\dot{I}_{ST} = \frac{\dot{U}_{ST}}{R - jX_C} = \frac{220\angle 120^\circ}{100 - j100} = -1.5 + j0.4 [\text{A}]$$

- Struje I_{RS} i I_{TR} određujemo iz sustava dviju jednažbi:

$$\dot{I}_{RS} = \frac{\dot{U}_{RS} + \dot{I}_{TR} \cdot jX_M}{jX_L} = -1.5 + j0.4 [\text{A}]$$

$$\dot{U}_{TR} = \dot{I}_{TR} \cdot jX_L - \frac{\dot{U}_{RS} + \dot{I}_{TR} \cdot jX_M}{jX_L} \cdot jX_M$$

$$\dot{I}_{TR} = \frac{\dot{U}_{TR} + \dot{U}_{RS} \cdot \frac{X_M}{X_L}}{jX_L - \frac{X_M}{X_L} \cdot jX_M} = \frac{220\angle 120^\circ + 220\angle 0^\circ \cdot \frac{50}{100}}{j100 - \frac{50}{100} \cdot j50} = 2.5 [\text{A}]$$

- Linijne struje:

$$\dot{I}_R = \dot{I}_{RS} - \dot{I}_{TR} = -1.2 - j2.2 [\text{A}]$$

$$\dot{I}_S = \dot{I}_{ST} - \dot{I}_{RS} = -2.8 + j2.6 [\text{A}]$$

$$\dot{I}_T = \dot{I}_{TR} - \dot{I}_{ST} = 4.0 - j0.4 [\text{A}]$$



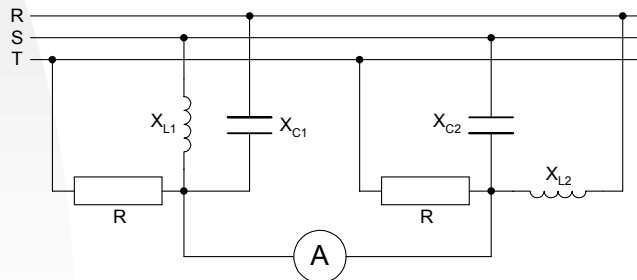
Početna stranica



5. zadatak

Dva trofazna trošila spojena u zvijezdu napajaju se iz trofazne mreže linijskog napona U_L . Između nultočki spojen je ampermetar zanemarivog otpora. Odredite pokazivanje ampermetra. Zadano:

- $U_L = 346 [\text{V}]$
- $R = X_{L1} = X_{C1} = 100 [\Omega]$
- $X_{L2} = X_{C2} = 50 [\Omega]$



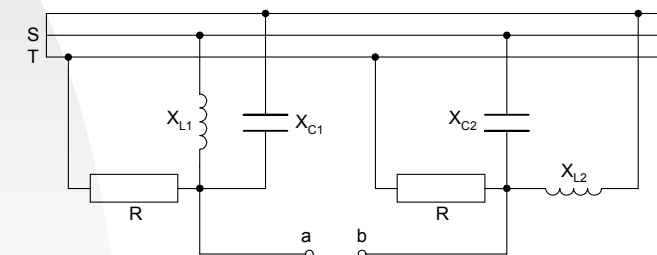
Početna stranica



Rješenje zadatka

- Zadatak rješavamo korištenjem Thevenin-ovog teorema. Ampermetar odspajamo iz mreže, a ostatak nadomještamo realnim naponskim izvorom.

- Određivanje Z_T :

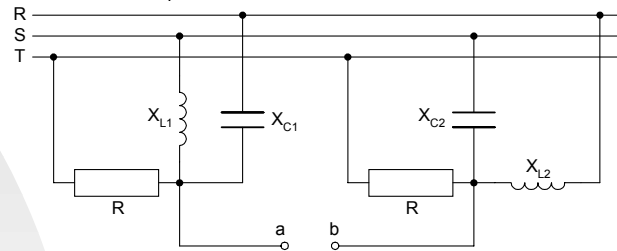


$$\begin{aligned}Z_T = Z_{ab} &= (R \parallel -jX_{C1} \parallel jX_{L1}) + (R \parallel -jX_{C2} \parallel jX_{L2}) \\ Z_T &= R + R = 200 [\Omega]\end{aligned}$$



Početna stranica



■ Određivanje E_T :

$$\dot{E}_T = \dot{E}_{ab} = \dot{\phi}_a - \dot{\phi}_b$$

$$\dot{\phi}_a = \frac{\frac{\dot{U}_{R0}}{-jX_{C1}} + \frac{\dot{U}_{S0}}{jX_{L1}} + \frac{\dot{U}_{T0}}{R}}{\frac{1}{-jX_{C1}} + \frac{1}{jX_{L1}} + \frac{1}{R}} = \frac{\frac{\dot{U}_{R0}}{-j100} + \frac{\dot{U}_{S0}}{j100} + \frac{\dot{U}_{T0}}{100}}{\frac{1}{-j100} + \frac{1}{j100} + \frac{1}{100}} = j\dot{U}_{R0} - j\dot{U}_{S0} + \dot{U}_{T0}$$

$$\dot{\phi}_b = \frac{\frac{\dot{U}_{R0}}{jX_{L2}} - \frac{\dot{U}_{S0}}{-jX_{C2}} + \frac{\dot{U}_{T0}}{R}}{\frac{1}{jX_{L2}} - \frac{1}{-jX_{C2}} + \frac{1}{R}} = \frac{\frac{\dot{U}_{R0}}{j50} - \frac{\dot{U}_{S0}}{-j50} + \frac{\dot{U}_{T0}}{100}}{\frac{1}{j50} - \frac{1}{-j50} + \frac{1}{100}} = -j2\dot{U}_{R0} + j2\dot{U}_{S0} + \dot{U}_{T0}$$

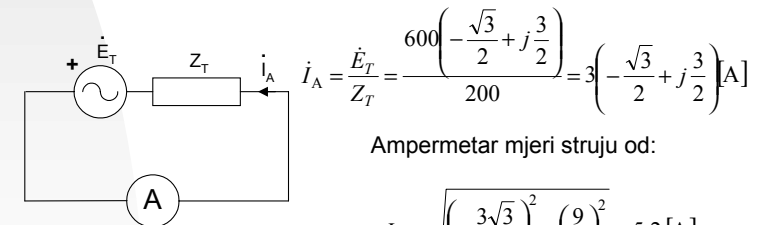

[Početna stranica](#)
■ Napon E_T iznosi:

$$\dot{E}_T = \dot{\phi}_a - \dot{\phi}_b = j\dot{U}_{R0} - j\dot{U}_{S0} + \dot{U}_{T0} - (-j2\dot{U}_{R0} + j2\dot{U}_{S0} + \dot{U}_{T0})$$

$$\dot{E}_T = j3\dot{U}_{R0} - j3\dot{U}_{S0} = j3\left(\frac{346}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ - \frac{346}{\sqrt{3}} \angle -120^\circ\right)$$

$$\dot{E}_T = 600 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{3}{2} \right) [\text{V}]$$

■ Nadomjesna shema mreže:



Ampermetar mjeri struju od:

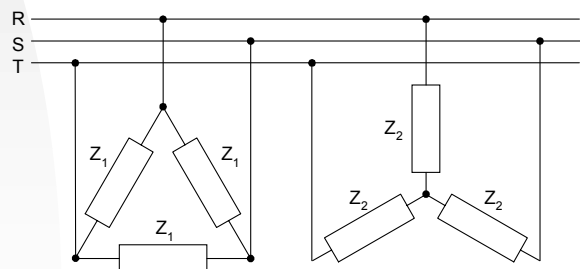
$$I_A = \sqrt{\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(\frac{9}{2} \right)^2} = 5.2 [\text{A}]$$


[Početna stranica](#)


6. zadatak

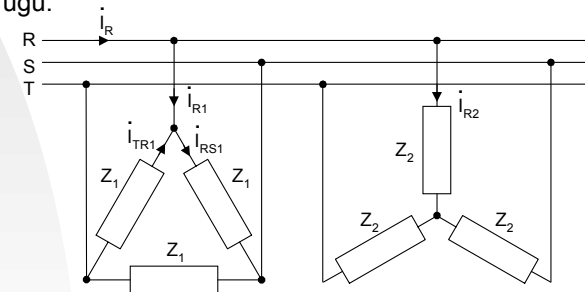
Dva trofazna motora napajaju se iz istog trofaznog izvora linijskog napona U_L . Namoti prvog motora spojeni su u trokut, a drugog u zvijezdu. Prvi motor troši snagu P_1 uz $\cos \varphi_1$, a drugi snagu P_2 uz $\cos \varphi_2$. Odredite ukupne linijske struje. Napomena: oba trošila su induktivnog karaktera. Zadano:

- $U_L = 380 [\text{V}]$
- $P_1 = 3.3 [\text{kW}]$
- $\cos \varphi_1 = 0.867$
- $P_2 = 2.15 [\text{kW}]$
- $\cos \varphi_2 = 0.707$


[Početna stranica](#)


Rješenje zadatka

- Budući da se radi o simetričnim trošilima u krugu teke tri po iznosu iste linijske struje.
- Kako bi se odredila linijska struja I_R definirane su struje u krugu:



- Struja I_R jednaka je:

$$\dot{I}_R = \dot{I}_{R1} + \dot{I}_{R2} = \dot{I}_{RS1} - \dot{I}_{TR1} + \dot{I}_{R2}$$


[Početna stranica](#)


- Po iznosu fazne struje se mogu odrediti iz snage:

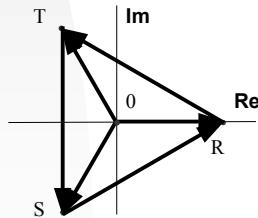
$$P_1 = 3 \cdot U_L \cdot I_{F1} \cdot \cos \varphi_1 \Rightarrow I_{F1} = \frac{P_1}{3 \cdot U_L \cdot \cos \varphi_1} = \frac{3300}{3 \cdot 380 \cdot 0.867} = 3.34 \text{ [A]}$$

$$P_2 = 3 \cdot U_F \cdot I_{F2} \cdot \cos \varphi_2 \Rightarrow I_{F2} = \frac{P_2}{3 \cdot U_F \cdot \cos \varphi_2} = \frac{2150}{3 \cdot 220 \cdot 0.707} = 4.62 \text{ [A]}$$

- Ako pretpostavimo fazni pomak napona U_{R0} od 0° vrijedi:

$$\dot{I}_{R2} = \frac{\dot{U}_{R0}}{\dot{Z}_2} = \frac{U_{R0} \angle 0^\circ}{Z_2 \angle 45^\circ} = 4.62 \angle -45^\circ$$

- Kako su oba trošila spojena na isti trofazni izvor, linijski naponi su tada:



$$\dot{U}_{RS} = U_L \angle 30^\circ = 380 \angle 30^\circ \text{ [V]}$$

$$\dot{U}_{ST} = U_L \angle -90^\circ = 380 \angle -90^\circ \text{ [V]}$$

$$\dot{U}_{TR} = U_L \angle 150^\circ = 380 \angle 150^\circ \text{ [V]}$$

[Početna stranica](#)



- Fazne struje prvog trošila:

$$\dot{I}_{RS} = \frac{\dot{U}_{RS}}{\dot{Z}_1} = \frac{U_L \angle 30^\circ}{Z_1 \angle 30^\circ} = 3.34 \angle 0^\circ$$

$$\dot{I}_{TR} = \frac{\dot{U}_{TR}}{\dot{Z}_1} = \frac{U_L \angle 150^\circ}{Z_1 \angle 30^\circ} = 3.34 \angle 120^\circ$$

- Linijska struja I_R onda iznosi:

$$\dot{I}_R = \dot{I}_{RS1} - \dot{I}_{TR1} + \dot{I}_{R2}$$

$$\dot{I}_R = 3.34 \angle 0^\circ - 3.34 \angle 120^\circ + 4.62 \angle -45^\circ$$

$$\dot{I}_R = 3.34 + 1.67 - j2.89 + 3.27 - j3.27$$

$$\dot{I}_R = 8.28 - j6.16 = 10.32 \angle -37^\circ \text{ [A]}$$

[Početna stranica](#)

