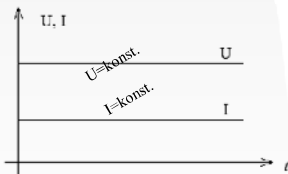


Stranica: VIII-1

Istosmjerni krugovi

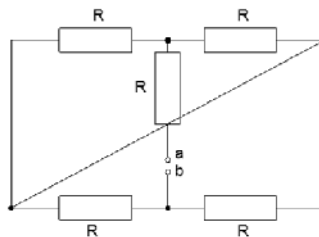
- Ekvivalentni elektri ni otpor.
- Ohmov zakon.
- I Kirchhoffov zakon.
- II Kirchhoffov zakon.
- Pad napona.
- Jednostavne mreže.
- Realni naponski izvor.
- Potencijal u istosmjernoj mreži.



Stranica: VIII-2

1. zadatak

Odredite ukupni otpor između tačaka a i b:



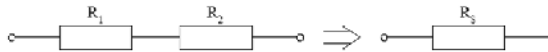
Po jedna stranica



Stranica: VIII-3

Uvodni pojmovi

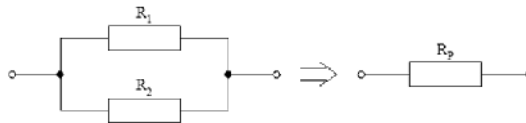
- Ekvivalentan otpor serijskog spoja otpora:



$$R_s = R_1 + R_2$$

$$R_s = \sum_{i=1}^n R_i \quad \text{Opštisu aj}$$

- Ekvivalentan otpor paralelnog spoja otpora:



$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad \text{Opštisu aj}$$

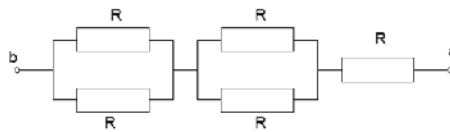
Po etna stranica



Stranica: VIII-4

Rješenje zadatka

- Zadana mreža može se prikazati na sljede i na in:



- Ukupni otpor \$R_{ab}\$ jednak je:

$$R_{ab} = R \parallel R + R \parallel R + R$$

$$R_{ab} = \frac{R \cdot R}{R + R} + \frac{R \cdot R}{R + R} + R = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} + R$$

$$R_{ab} = 2 \cdot R$$

Po etna stranica

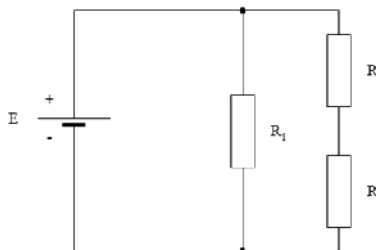


Stranica: VIII-5

2. zadatak

Za zadani strujni krug potrebno je odrediti sve struje koje teku u krugu te ukupan otpor kojim je opterećen izvor napajanja. Zadano je:

- $R_1 = 10 [\Omega]$
- $R_2 = 4 [\Omega]$
- $R_3 = 8 [\Omega]$
- $E = 12 [\text{V}]$



Po etna stranica

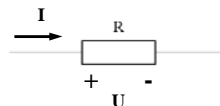


Stranica: VIII-6

Uvodni pojmovi

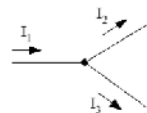
- Ohmov zakon:

$$I = \frac{U}{R} [\text{A}]$$



- I Kirchhoffov zakon:

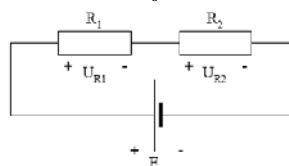
$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$



$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

- II Kirchhoffov zakon:

$$\sum_{i=1}^n U_i = 0$$



$$E - U_{R1} - U_{R2} = 0$$



Po etna stranica



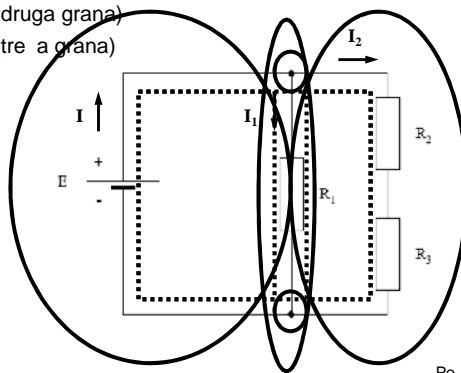
Stranica: VIII-7

■ Zadani strujni krug sastoji se od:

- tri grane
- dva vora
- tri petlje

■ U svakoj od navedenih grana te e struja:

- I (prva grana)
- I_1 (druga grana)
- I_2 (tre a grana)



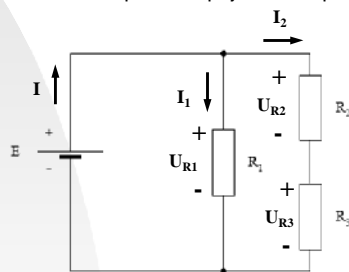
Po etna stranica



Stranica: VIII-8

■ Postupak rješavanja zadatka sastoji se od nekoliko koraka:

- Odre uju se struje koje teku u strujnom krugu, pretpostavljaju se i ucrtavaju njihovi smjerovi te se na temelju njih definiraju padovi napona na pojedinim otporima.



- Raspisuje se $(n-1)$ jednađbi I Kirchhoffovog zakona.

$$I - I_1 - I_2 = 0$$

- Raspisuje se (n_p-1) jednađbi II Kirchhoffovog zakona.

$$E - U_{R1} = 0$$

$$U_{R1} - U_{R2} - U_{R3} = 0$$

- Rješava se dobiveni sustav jednađbi.

$$I - I_1 - I_2 = 0$$

$$E - I_1 \cdot R_1 = 0$$

$$I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 - I_2 \cdot R_3 = 0$$

Po etna stranica



Stranica: VIII-9

- Postupak rješavanja (radi se o jednostavnom sustavu):

$$E - I_1 \cdot R_1 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{12}{10} = 1.2 \text{ [A]}$$

$$I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 - I_2 \cdot R_3 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot R_1}{R_2 + R_3} = \frac{1.2 \cdot 10}{4 + 8} = 1 \text{ [A]}$$

$$I - I_1 - I_2 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$I = I_1 + I_2 = 1.2 + 1.0 = 2.2 \text{ [A]}$$



Po etna stranica

Stranica: VIII-10

- Ukupni otpor kojim je opterećen izvor napajanja:

- može se izraziti kao ekvivalentni otpor kombinacije priključnih otpora (R_1 , R_2 , R_3):

$$R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} \right)^{-1}$$

$$R = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{4+8} \right)^{-1} = 5.45 \text{ } [\Omega]$$

- ili jednostavnije kao kvocijent napona izvora i struje koju taj izvor daje:

$$R = \frac{E}{I} = \frac{12}{2.2} = 5.45 \text{ } [\Omega]$$



Po etna stranica

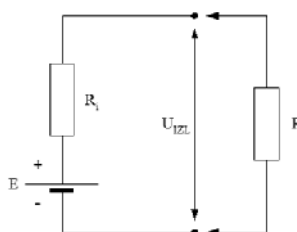
Stranica: VIII-11

3. zadatak

Potrebno je odrediti parametre realnog naponskog izvora ako je poznato da priključenjem trošila na njegove izlazne stezaljke izlazni napon iznosi:

- $U_{IZL} = 12 \text{ [V]}$ pri opterećenju $R = 20 \text{ [\Omega]}$
- $U_{IZL} = 10 \text{ [V]}$ pri opterećenju $R = 10 \text{ [\Omega]}$

Nacrtajte izlaznu karakteristiku tog izvora i u nju ucrtajte navedene tačke.



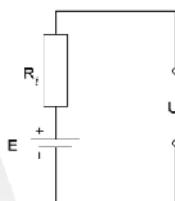
Početna stranica



Stranica: VIII-12

Uvodni pojmovi

Realni naponski izvor:



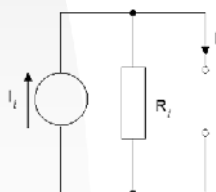
- Napon na stezaljkama realnog naponskog izvora ovisi o priključenom otporu trošila (otpor određuje struju I):

$$U = E - I \cdot R_i$$

- Struja koju daje realni naponski izvor ovisi o spojenom trošilu R.

$$I = \frac{E}{R_i + R}$$

Realni strujni izvor:



- Struju koju daje realni strujni izvor u mrežu ovisi o otporu trošila.

$$I = I_i \frac{R_i}{R_i + R}$$

- Napon na stezaljkama izvora ovisi o trošilu.

$$U = I \cdot R = I_i \frac{R_i \cdot R}{R_i + R}$$

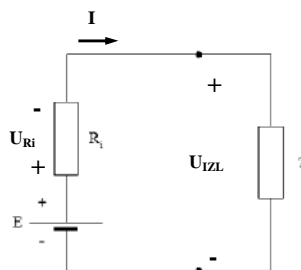


Početna stranica



Stranica: VIII-13

- Kada se na realni naponski izvor priključi otpor u krugu poteće struja definiranog smjera te se na temelju smjera struje definiraju i odgovarajuće padovi napona na otporima:



- Jednadžba I Kirchhoffovog zakona:

$$I = I_{Ri} = I_R$$

- Jednadžba II Kirchhoffovog zakona:

$$E - U_{Ri} - U_{IZL} = 0$$



Po etna stranica



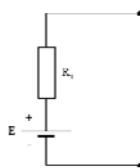
Stranica: VIII-14

- Jednadžba izlaznog napona:

$$U_{IZL} = E - U_{Ri} = E - I \cdot R_i$$

$$(U_{IZL} = I \cdot R)$$

- Prazni hod izvora:

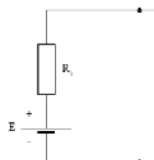


$$R \Rightarrow \infty$$

$$I = I_{PH} = 0 \text{ [A]}$$

$$U_{IZL} = E - I \cdot R_i = E$$

- Kratki spoj izvora:



$$R \Rightarrow 0$$

$$U_{IZL} = U_{KS} = 0 \text{ [V]}$$

$$U_{IZL} = E - I \cdot R_i = 0 \text{ [V]}$$

$$I = I_{KS} = \frac{E}{R_i}$$



Po etna stranica



Stranica: VIII-15

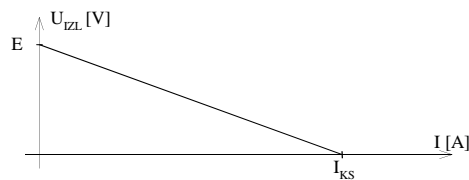
■ Karakteristika izvora:

- Ovisnost izlaznog napona o opterećenju (izlaznoj struji)

$$U_{IZL} = f(I)$$

$$U_{IZL} = E - I \cdot R_i \quad \text{Jednadžba pravca!}$$

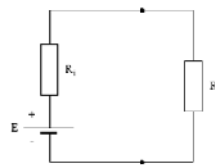
- Sjecište s ordinatom - prazni hod ($I = 0[A]$, $U_{IZL} = E$)
- Sjecište s apscisom - kratki spoj ($U_{IZL} = 0 [V]$, $I = I_{KS}$)



Po etna stranica

Stranica: VIII-16

■ Opterećenje izvora:



$$U_{IZL} = E - I \cdot R_i; \quad I = \frac{E}{R_i + R}$$

$$U_{IZL} = E - \frac{E}{R_i + R} \cdot R_i = E \cdot \frac{R}{R_i + R}$$



Po etna stranica

Stranica: VIII-17

- U našem slučaju zadatak se svodi na dvije jednačbe s dvije nepoznanice, E i R_1 :

$$U_{IZL1} = E \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_1}$$

$$U_{IZL2} = E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

- Rješenje:

$$E = U_{IZL1} \cdot \frac{R_1 + R_1}{R_1}$$

$$E = U_{IZL2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

$$U_{IZL1} \cdot \frac{R_1 + R_1}{R_1} = U_{IZL2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

$$R_1 = \frac{U_{IZL2} - U_{IZL1}}{\frac{U_{IZL1}}{R_1} - \frac{U_{IZL2}}{R_2}} = \frac{10 - 12}{\frac{12}{20} - \frac{10}{10}} = \frac{-2 \cdot 20}{-8} = 5 [\Omega]$$



Početna stranica

Stranica: VIII-18

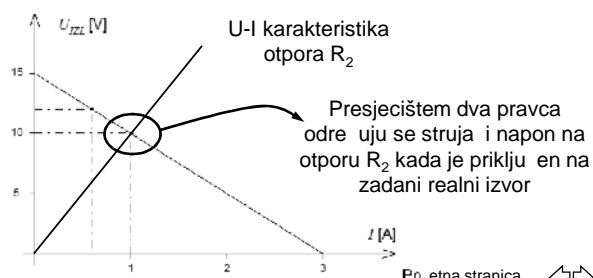
- Poznavajući i vrijednost unutarnjeg otpora može se izraziti unatrag vrijednost napona E :

$$E = U_{IZL1} \cdot \frac{R_1 + R_1}{R_1}$$

$$E = 12 \cdot \frac{5 + 20}{20} = 15 [\text{V}]$$

- Da bi se dobila karakteristika potrebno je još izraziti unatrag struju kratkog spoja:

$$I_{KS} = \frac{E}{R_1} = \frac{15}{5} = 3 [\text{A}]$$



Početna stranica

Stranica: VIII-19

4. zadatak

Ako su vorovi a i b prema slici na potencijalima $\varphi_a = 10[V]$ i $\varphi_b = 30[V]$, odredite struju koju mjeri ampermetar zanemarivog otpora.



Po etna stranica



Stranica: VIII-20

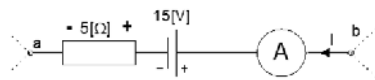
Rješenje zadatka

- Na slici je zadana grana, dio mreže kroz koju protje e struja I. Uz pretpostavljeni smjer struje pad napona na otporu od 5Ω ima prikazani polaritet:

Za ovako definiran smjer struje vrijedi:

$$\varphi_a = \varphi_b - 15 - I \cdot 5$$

$$I = \frac{\varphi_b - \varphi_a - 15}{5} = \frac{30 - 10 - 15}{5} = 1 \text{ [A]} \text{ smjer struje } \mathbf{poklapa} \text{ se s pretpostavljenim smjerom struje}$$



Za suprotno definiran smjer struje vrijedi:

$$\varphi_a = \varphi_b - 15 + I \cdot 5$$

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + 15}{5} = \frac{10 - 30 + 15}{5} = -1 \text{ [A]} \text{ smjer struje } \mathbf{ne poklapa} \text{ se s pretpostavljenim smjerom struje}$$



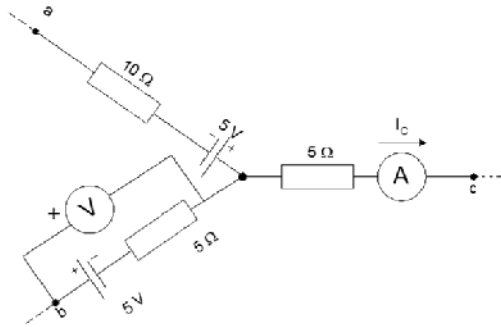
Po etna stranica



Stranica: VIII-21

5. zadatak

U dijelu neke mreže prikazane na slici idealni instrumenti mjere struju $I_{\text{Ampmetra}}=1[\text{A}]$ i napon $U_{\text{Voltmetra}}=10[\text{V}]$ označenog smjera odnosno polariteta. Odredite napon U_{ca} .



Po etna stranica

Stranica: VIII-22

Rješenje zadatka

- Uz pretpostavljene smjerove struja i označenu tačku vrijedi sljedeće:

$$\varphi_k = \varphi_b - 5 + I_B \cdot 5$$

$$\varphi_k - \varphi_b = -10 = -5 + I_B \cdot 5$$

$$-10 + 5 = I_B \cdot 5$$

$$I_B = \frac{-10 + 5}{5} = -1 [\text{A}]$$

$$I_A = I_B + I_C = (-1) + 2 = 1 [\text{A}]$$

- Za napon U_{ca} vrijedi:

$$U_{ca} = \varphi_c - \varphi_a$$

$$\varphi_c = \varphi_a - I_A \cdot 10 + 5 - I_C \cdot 5 = \varphi_a - 1 \cdot 10 + 5 - 2 \cdot 5$$

$$U_{ca} = -15 [\text{V}]$$

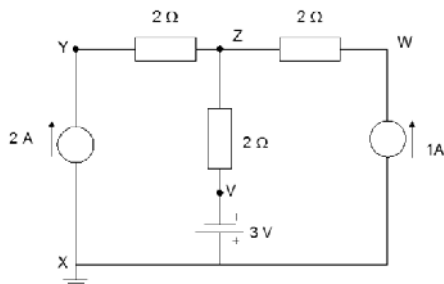


Po etna stranica

Stranica: VIII-23

6. zadatak

Odredite napon U_{YV} .

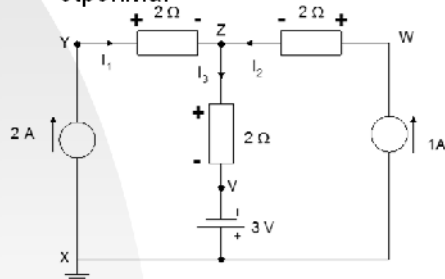


Po etna stranica

Stranica: VIII-24

Rješenje zadatka

- Strujni izvori određuju struju u granama u kojima se nalaze. Sa tim strujama su povezani i padovi napona na otporima.



Napon U_{YV} određujemo tako da prvo odredimo potencijale tačaka V i Y:

$$U_{YV} = \varphi_Y - \varphi_V$$

$$\varphi_V = -3 \text{ [V]}$$

$$\varphi_Y = -3 + I_3 \cdot 2 + I_1 \cdot 2 = -3 + (I_1 + I_2) \cdot 2 + I_1 \cdot 2$$

$$\varphi_Y = -3 + (2+1) \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 7 \text{ [V]}$$

$$U_{YV} = \varphi_Y - \varphi_V = 7 - (-3) = 10 \text{ [V]}$$

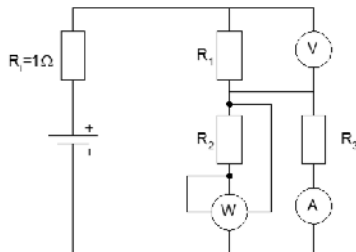


Po etna stranica

Stranica: VIII-25

7. zadatak

Instrumenti uključeni u mrežu prema slici mjere $U_V = 15 \text{ [V]}$, $I_A = 2 \text{ [A]}$ i $P = 5 \text{ [W]}$. Ako je poznato da je $R_2 = 5 \text{ [}\Omega\text{]}$ i $R_1 = 1 \text{ [}\Omega\text{]}$ odredite snagu izvora P_i .

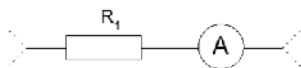


Početna stranica

Stranica: VIII-26

Uvodni pojmovi

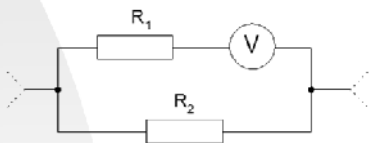
- Za idealne instrumente vrijedi:



Ampermetar mjeri struju u grani u kojoj se nalazi, a pad napona na stezaljkama ampermetra je jednak nuli ($R_A \ll$).

$$I_A = I_{R1}$$

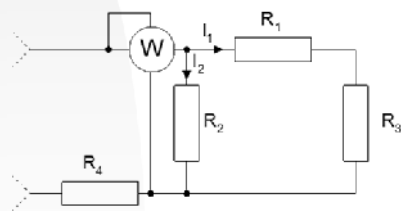
$$U_A = 0$$



Voltmetar mjeri napon između dviju stezaljki na koje je spojen, a struja u grani u kojoj se nalazi voltmetar jednaka je nuli ($R_V \gg$).

$$I_V = I_{R1} = 0$$

$$U_V = U_{R2}$$



Wattmetar mjeri umnožak $U_W \cdot I_W$, odnosno umnožak struje koja prolazi njegovim strujnim stezaljkama i napona na koji su spojene njegove naponske stezaljke.

$$I_W = I_1 + I_2$$

$$U_W = U_{R2}$$

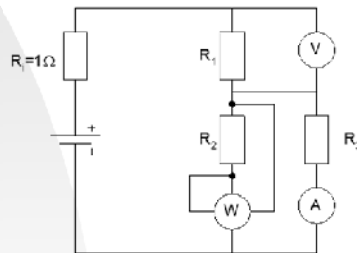


Početna stranica

Stranica: VIII-27

Rješenje zadatka

- Iz mreže je vidljivo da wattmetar mjeri snagu na otporu R_2 . Pomoću te snage moguće je odrediti struju I_2 i napon U_2 .



$$P = I_2^2 \cdot R_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = U_2 \cdot I_2$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{P}{R_2}} = \sqrt{\frac{5}{5}} = 1 \text{ [A]}$$

$$U_2 = \sqrt{P \cdot R_2} = \sqrt{5 \cdot 5} = 5 \text{ [V]}$$

- Na otporu R_3 vlada isti napon kao i na R_2 pa se može odrediti snaga P_3 :

$$U_2 = U_3 = 5 \text{ [V]}, \quad I_3 = I_A = 2 \text{ [A]}$$

$$P_3 = U_3 \cdot I_3 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ [W]}$$



Po etna stranica

Stranica: VIII-28

- Iz poznatog napona na otporu R_1 te ukupne struje u krugu mogu se odrediti snage na otporima R_1 i R_2 :

$$U_1 = U_V = 15 \text{ [V]}$$

$$I_1 = I_i = I_2 + I_3 = 1 + 2 = 3 \text{ [A]}$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 = 3 \cdot 15 = 45 \text{ [W]}$$

$$P_1 = I_i^2 \cdot R_1 = 3^2 \cdot 1 = 9 \text{ [W]}$$

- Ukupna snaga izvora:

$$P_{izvora} = P_1 + P_1 + P_2 + P_3 = 9 + 45 + 5 + 10 = 69 \text{ [W]}$$

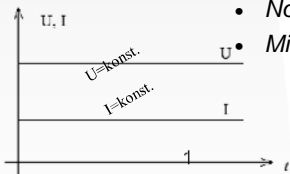


Po etna stranica

Stranica: IX-1

Istosmjerni krugovi

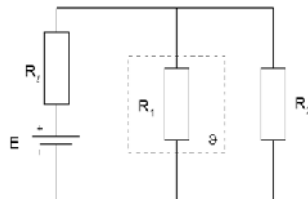
- Prilagodjenje na maksimalnu snagu.
- Rješavanje linearnih mreža:
 - Direktna primjena Kirchhoffovih zakona.
 - Metoda konturnih struja (metoda struja petlji).
 - Theveninov teorem.
 - *Metoda napona vorova*
 - *Metoda superpozicije*
 - *Nortonov teorem*
 - *Millmanov teorem*



Stranica: IX-2

1. zadatak

Otpor R_1 u kombinaciji prema slici nalazi se u posudi u kojoj vlada promjenjiva temperatura. Pri temperaturi $\vartheta = 20^\circ\text{C}$, $R_1 = 500 [\Omega]$, $R_2 = 300 [\Omega]$. Pri kojoj temperaturi u posudi je paralelna kombinacija otpora R_1 i R_2 primiti maksimalnu snagu iz izvora $E = 200 [\text{V}]$ i $R_3 = 200 [\Omega]$. Izračunajte kolika je ta snaga ako je $\alpha = 0.0025 \text{ C}^{-1}$.

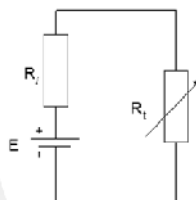


Po jedna stranica



Stranica: IX-3

- Na trošilu se troši maksimalna snaga u slučaju kada je otpor vanjskog trošila jednak unutrašnjem otporu izvora.



$$P_{MAX} \Rightarrow R_t = R_i = 200 \text{ } [\Omega]$$

$$R_t = R_1 \parallel R_2$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_1 = R_{1(20^\circ C)} \cdot (1 + \alpha \cdot (\vartheta - \vartheta_0))$$

- Da bi se na trošilu disipirala maksimalna snaga R_1 iznosi:

$$\frac{1}{200} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{300} \Rightarrow R_1 = 600 \text{ } [\Omega]$$

- Otpor R_1 ima vrijednost od $600 \text{ } [\Omega]$ pri temperaturi:

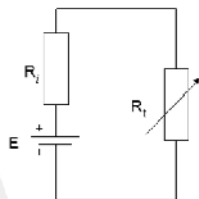
$$600 = 500 \cdot (1 + 0.0025 \cdot (\vartheta - 20)) \Rightarrow \vartheta = 100^\circ C$$



Početna stranica

Stranica: IX-4

- Maksimalna snaga može se sada izraziti na sljedeći način:



$$R_{ukupno} = R_i + R_t = 400 \text{ } [\Omega]$$

$$I = \frac{E}{R_{ukupno}} = \frac{200}{400} = 0.5 \text{ } [A]$$

$$P_{MAX} = I^2 \cdot R_t = 0.5^2 \cdot 200 = 50 \text{ } [W]$$

- Korisnost je definirana kao omjer korisne snage (snaga koja se troši na trošilu) i ukupne snage koju daje izvor. Snaga koja se disipira na unutrašnjem otporu realnog naponskog izvora predstavlja gubitak.

$$\eta = \frac{P_t}{P_i} = \frac{I^2 \cdot R}{E \cdot I} = \frac{50}{200 \cdot 0.5} = 0.5 = 50\%$$



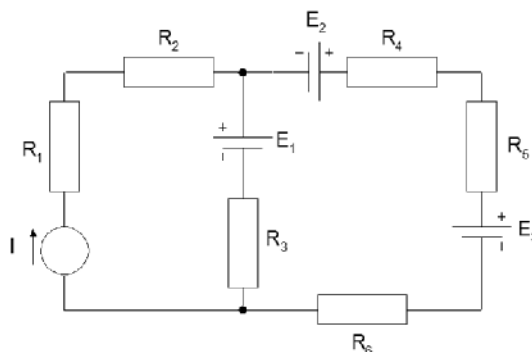
Početna stranica

Stranica: IX-5

2. zadatak

Odredite struje koje teku u svim granama mreže na slici i napon na stezaljkama strujnog izvora. Zadano:

- $R_1 = 1 [\Omega]$
- $R_2 = 1 [\Omega]$
- $R_3 = 2 [\Omega]$
- $R_4 = 4 [\Omega]$
- $R_5 = 3 [\Omega]$
- $R_6 = 1 [\Omega]$
- $E_1 = 2 [V]$
- $E_2 = 1 [V]$
- $E_3 = 3 [V]$
- $I = 1 [A]$



Po etna stranica



Stranica: IX-6

- Direktna primjena Kirchhoffovih zakona u analizi iole složenijih mreža postaje vrlo komplicirana zbog velikog broja jednađbi koje treba riješiti.
- Zbog toga je razvijena metoda konturnih struja koja postupak analize razlaže na dva koraka te se tako na umjetan na in smanjuje veli ina sustava jednađbi koji se rješava.
- U osnovnim crtama taj se postupak sastoji od sljede ih koraka:

1. korak

1. Definiraju se neovisne petlje (konture) u mreži.
2. Za svaku petlju se definiraju struje koje kroz nju protje u.
3. Raspisuju se jednađbe II Kirchhoffovog zakona za definirane petlje ime se dobiva odgovaraju i sustav jednađbi.

2. korak

4. Rješavanjem tog sustava jednađbi dolazi se do vrijednosti konturnih struja.
5. Raspisuju se i rješavaju jednađbe koje povezuju konturne struje i struje koje teku u pojedinim granama zadanog strujnog kruga.

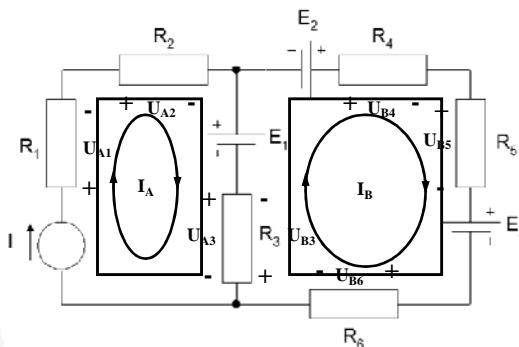


Po etna stranica



Stranica: IX-7

- Definiranje neovisnih petlji (kontura) i smjerova konturnih struja, te odgovaraju ih padova napona (koraci #1 i #2):



- Budu i da se u prvoj konturi (u neovisnoj grani) nalazi strujni izvor vrijedi:

$$I_A = I$$

- Jednadžba II Kirchhoffovog zakona za 2. konturu :

$$-I_A \cdot R_3 + I_B \cdot R_3 + I_B \cdot R_6 + I_B \cdot R_5 + I_B \cdot R_4 - E_1 + E_3 - E_2 = 0$$



Po etna stranica

Stranica: IX-8

- Rješenjem ovog sustava jednadžbi dobivaju se vrijednosti konturnih struja (korak #4):

$$I_B \cdot R_3 + I_B \cdot R_6 + I_B \cdot R_5 + I_B \cdot R_4 = I_A \cdot R_3 + E_1 - E_3 + E_2$$

$$I_B = \frac{I_A \cdot R_3 + E_1 - E_3 + E_2}{R_3 + R_6 + R_5 + R_4}$$

- Kada se u dobivene izraze uvrste brojevi:

$$I_A = I = 1 \text{ [A]}$$

$$I_B = \frac{1 \cdot 2 + 2 - 3 + 1}{2 + 1 + 3 + 4} = 0.2 \text{ [A]}$$

$$I_A = 1 \text{ [A]}$$

$$I_B = 0.2 \text{ [A]}$$

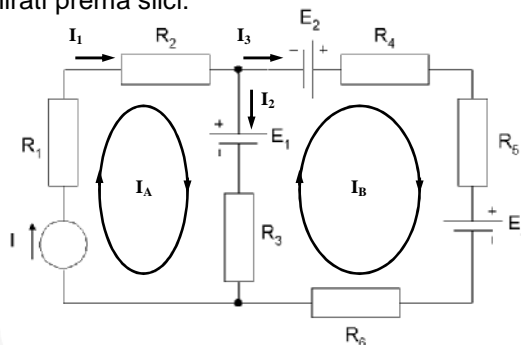
- U posljednjem je koraku potrebno konturne struje povezati sa stvarnim strujama koje teku u krugu (korak #5).



Po etna stranica

Stranica: IX-9

- Smjerovi struja koje teku u pojedinim granama mogu se definirati prema slici:



- Iz slike je vidljiva veza izme u konturnih struja i struja grana:

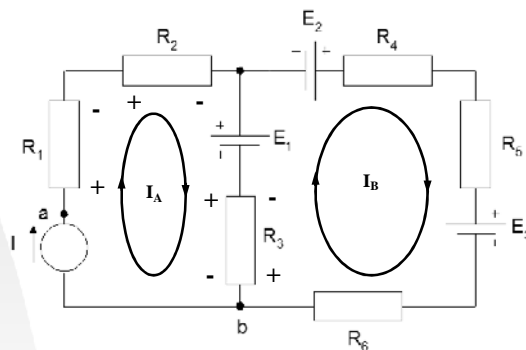
$$I_1 = I_A = 1 \text{ [A]} \quad I_3 = I_B = 0.2 \text{ [A]} \quad I_2 = I_A - I_B = 1 - 0.2 = 0.8 \text{ [A]}$$



Po etna stranica

Stranica: IX-10

- Napon na stezaljkama strujnog izvora, U_{ab} :



$$U_{ab} = I_A \cdot R_3 - I_B \cdot R_3 + E_1 + I_A \cdot R_2 + I_A \cdot R_1$$

$$U_{ab} = 1 \cdot 2 - 0.2 \cdot 2 + 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1$$

$$U_{ab} = 5.6 \text{ [V]}$$

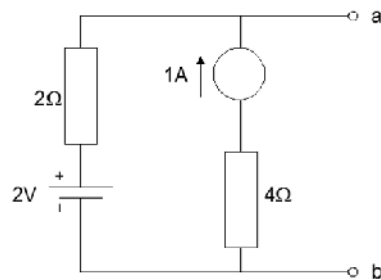


Po etna stranica

Stranica: IX-11

3. zadatak

Nadomjestite prikazanu mrežu Theveninovim izvorom s obzirom na stezaljke a i b.



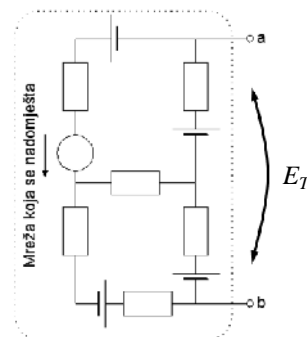
Po etna stranica

Stranica: IX-12

- Bilo koji dio aktivne linearne mreže može se nadomjestiti s obzirom na dvije stezaljke (a i b) realnim naponskim izvorom, iji unutarnji napon E_T (Theveninov napon) i unutarnji otpor R_T (Theveninov otpor) odredimo iz zadane mreže:

- ☑ **Theveninov napon E_T** odredimo tako da izračunamo ili izmjerimo napon U_{ab0} na otvorenim stezaljkama a-b linearne mreže.

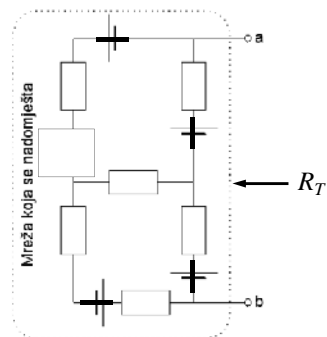
!Ako je $U_{ab0} > 0$, E_T ima plus prema "a"
!Ako je $U_{ab0} < 0$, E_T ima plus prema "b"



Po etna stranica

Stranica: IX-13

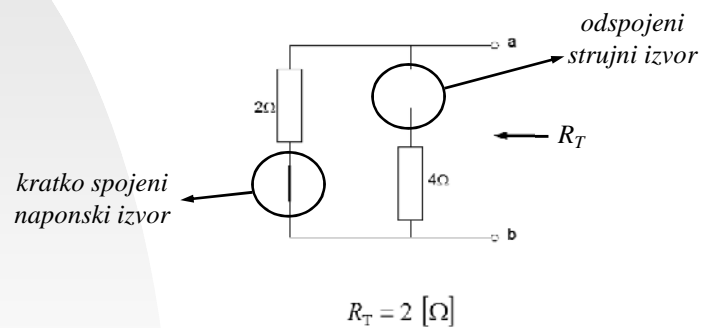
- ☑ **Theveninov otpor R_T** odredimo tako da kratko spojimo sve naponske izvore i isključimo sve strujne izvore te onda izračunamo ili izmjerimo ukupni otpor između ta dva a i b.



Po etna stranica

Stranica: IX-14

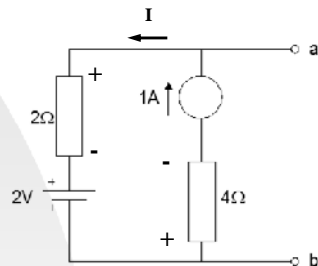
- Određivanje parametara nadomjesnog realnog naponskog izvora.
- Određivanje R_T :



Po etna stranica

Stranica: IX-15

- Određivanje napona Thevenina:



U zatvorenoj konturi te će struja koju diktira strujni izvor.

Uz ovakav smjer struje padovi napona su:

- Theveninov napon onda se može odrediti kao:

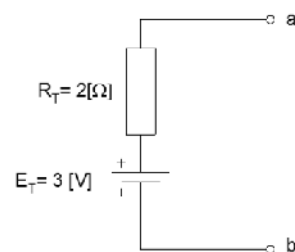
$$E_T = U_{ab0} = +2 + 0.5 \cdot 2 = +3 \text{ [V]}$$



Po etna stranica

Stranica: IX-16

- Theveninov nadomjesni spoj:

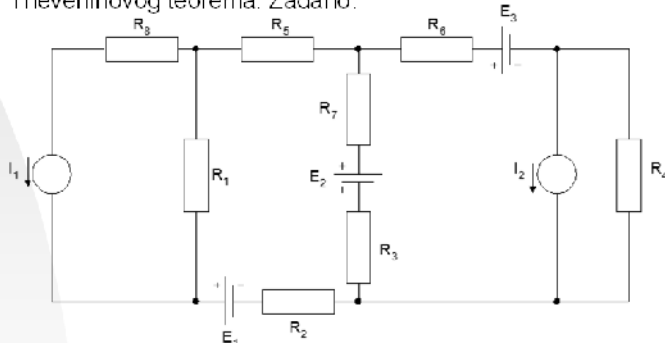


Po etna stranica

Stranica: IX-17

4. zadatak

U mreži prema slici odredite struju kroz otpor R_7 primjenom Theveninovog teorema. Zadano.



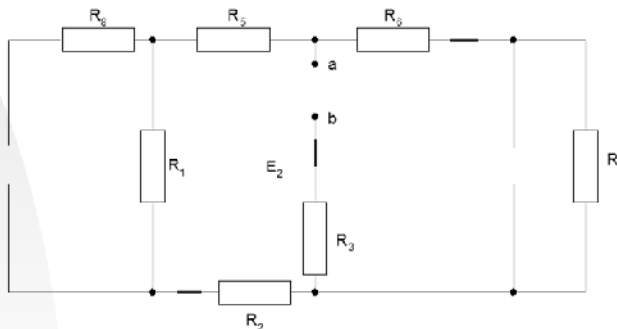
- $R_1 = R_2 = 25 [\Omega]$
- $R_3 = R_4 = 30 [\Omega]$
- $R_5 = R_7 = 20 [\Omega]$
- $R_6 = 40 [\Omega]$
- $R_8 = 10 [\Omega]$
- $E_1 = 25 [V]$
- $E_2 = 10 [V]$
- $E_3 = 11 [V]$
- $I_1 = I_2 = 200 [mA]$



Po etna stranica

Stranica: IX-18

- Da bi se odredila struja kroz otpor R_7 , potrebno je otpor R_7 isključiti iz mreže a ostatak mreže nadomjestiti pomoću realnog naponskog izvora.
- Određivanje R_T :



$$R_T = (R_5 + R_1 + R_2) \parallel (R_4 + R_6) + R_3$$

$$R_T = 57.4 [\Omega]$$



Po etna stranica

Stranica: IX-19

■ Određivanje E_T , odnosno napona U_{ab0} :

Realni strujni izvor nadomješta se pomoću realnog naponskog izvora

Početna stranica

Stranica: IX-20

■ Napon U_{ab0} određujemo metodom konturnih struja koje određuju padove napona prikazanih na slici.

■ Određivanje I_A i I_B :

$$I_A = I_1 = 200 \text{ [mA]}$$

$$-I_A \cdot R_1 + I_B \cdot (R_1 + R_5 + R_6 + R_4 + R_2) - E_3 + I_2 \cdot R_4 + E_1 = 0$$

$$I_B = -\frac{16}{115} \text{ [A]}$$

Početna stranica

Stranica: IX-21

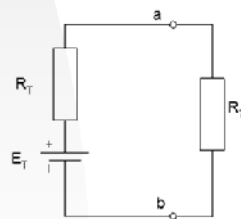
- Uvrštenjem u izraz za napon U_{ab0} dobivamo:

$$E_T = U_{ab0} = I_B \cdot (R_2 + R_1 + R_5) - I_A \cdot R_2 + E_1 - E_2$$

$$E_T = -\frac{16}{115} \cdot (10 + 10 + 20) - 0.2 \cdot 10 + 25 - 10$$

$$E_T = 7.74 \text{ [V]}$$

- Nakon što su se odredili elementi Theveninovog nadomjesnog spoja cijela mreža se može prikazati na sljedeći način:



Struja koja teče u strujnom krugu iznosi:

$$I_7 = \frac{E_T}{R_T + R_7}$$

$$I_7 = \frac{7.74}{57.74 + 20} = 100 \text{ [mA]}$$

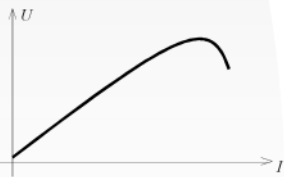


Po etna stranica

Stranica: X-1

Istosmjerni krugovi

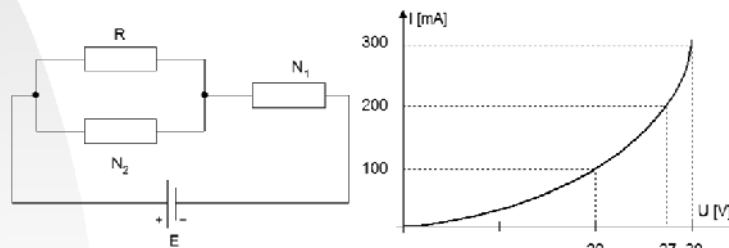
- Nelinearan element u mreži.



Stranica: X-2

1. zadatak

U mreži prema slici kroz otpornik $R = 200 \text{ } [\Omega]$ te e struja $I_R = 100 \text{ mA}$.
 Odredite snagu izvora E ako nelinearni elementi N_1 i N_2 imaju istu V-A karakteristiku prikazanu slikom.

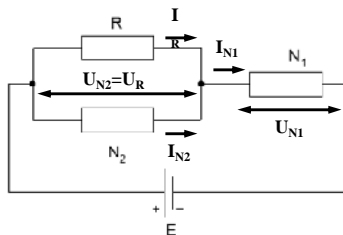


Po etna stranica



Stranica: X-3

- Za mrežu s nelinearnim elementima vrijede Kirchhoffovi zakoni pa se za prikazanu mrežu mogu odrediti struje i naponi na pojedinim elementima:



- Budući da je poznata struja koja teče kroz otpor R može se odrediti napon na otporu kao i napon na nelinearnom elementu N_2 :

$$U_R = I_R \cdot R = 100 \cdot 10^{-3} \cdot 200 = 20 \text{ [V]}$$

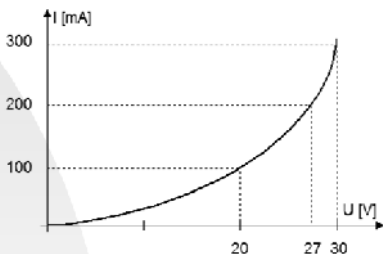
$$U_{N2} = U_R = 20 \text{ [V]}$$



Po etna stranica

Stranica: X-4

- Iz U-I karakteristike nelinearnog elementa može se odrediti struja kroz nelinearni element N_2 .



$$I_{N2} = 100 \text{ [mA]}$$

I Kirchhoffov zakon za čvor:

$$I_{N1} = I_R + I_{N2} = 100 + 100 = 200 \text{ [mA]}$$

- Iz U-I karakteristike nelinearnog elementa može se odrediti napon na nelinearnom elementu N_1 .

$$U_{N1} = 27 \text{ [V]}$$

- Napon izvora:

$$E = U_R + U_{N1} = 20 + 27 = 47 \text{ [V]}$$

- Snaga izvora:

$$P = E \cdot I_{N1} = 47 \cdot 200 \cdot 10^{-3} = 9.4 \text{ [W]}$$

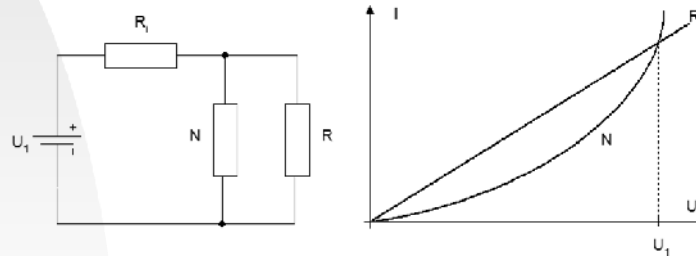


Po etna stranica

Stranica: X-5

2. zadatak

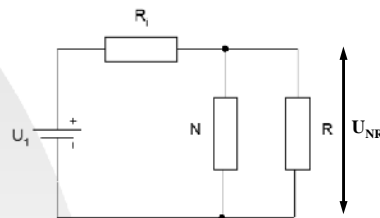
U strujnom krugu prema slici na otporu R troši se snaga P_R , a na nelinearnom elementu N snaga P_N . Odredite kako se odnose te snage (P_R je veća/jednaka/manja od P_N).



Po etna stranica

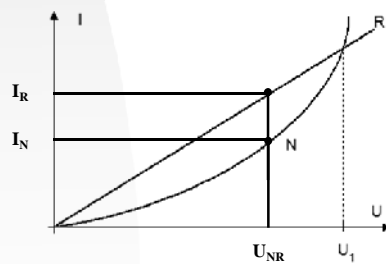
Stranica: X-6

- Na nelinearnom elementu i otporu vlada isti napon budu li da su spojeni u paralelu.



$$U_N = U_R = U_{NR}$$

Napon na paraleli manji je od napona izvora U_1 budu li da postoji pad napona na R_i .



Ako se to ucrtja na prikazani graf slijedi:

$$I_N < I_R$$

$$P_N < P_R$$



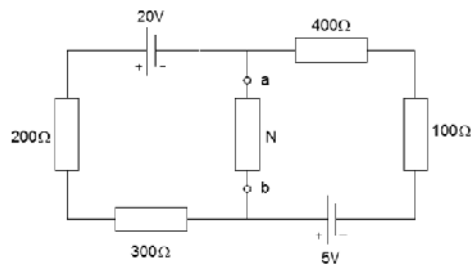
Po etna stranica

Stranica: X-7

3. zadatak

Nelinearni element N s voltamperskom karakteristikom danom u tabelarnom obliku uključen je u mrežu prikazanu slikom. Ako je pozitivan napon na elementu definiran kada je napon $U_{ab} > 0$, a pozitivna struja kao struja teče od a prema b, odredite rad koji se izvrši na N u 45 minuta. Odredite struje koje teku kroz otpore od $100 [\Omega]$ i $300 [\Omega]$.

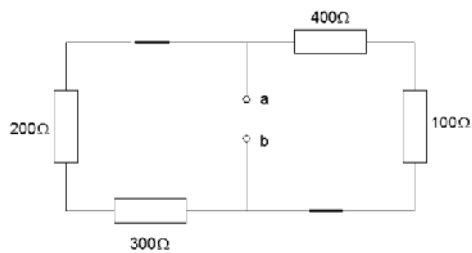
U, V	-6.3	-6.1	-5.9	-5.7	-5.5	-5	...	0	0.1	0.2	0.4	0.6
I, mA	-35	-7	-1	-0.3	0	0	...	0	1	5	22	66



Po etna stranica

Stranica: X-8

- Nelinearni element odspojimo, a ostatak mreže nadomjestimo pomoću Thevenina.
- Otpor R_T :



$$R_T = (100 + 400) \parallel (200 + 300)$$

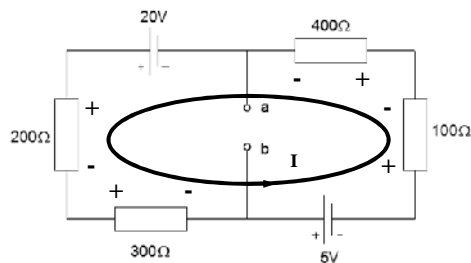
$$R_T = 250 [\Omega]$$



Po etna stranica

Stranica: X-9

- Napon E_T :



- Pretpostavimo smjer struje koja teće u krugu i s tim vezane padove napona.
- Pomoću II Kirchhoffovog zakona odredi se struja I:

$$20 - 5 = I \cdot (100 + 400 + 200 + 300)$$

$$I = 15 \text{ [mA]}$$

- Uz poznatu struju I može se odrediti napon $E_T (U_{ab0})$:

$$E_T = -5 - I \cdot 100 - I \cdot 400 = I \cdot 300 + I \cdot 200 - 20$$

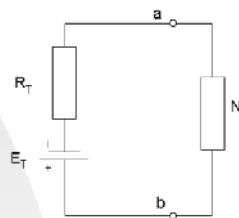
$$E_T = U_{ab0} = -12.5 \text{ [V]}$$



Početna stranica

Stranica: X-10

- Cijela mreža se sada svodi na jednostavnu mrežu:



Iz prikazane mreže je vidljivo da struja teče od b prema a i da će napon U_{ab} biti manji od nula.

- Vanjska karakteristika realnog naponskog izvora:

$$E_T = U_{ab0} = -12.5 \text{ [V]}$$

$$I_{KS} = \frac{-12.5}{250} = -50 \text{ [mA]}$$

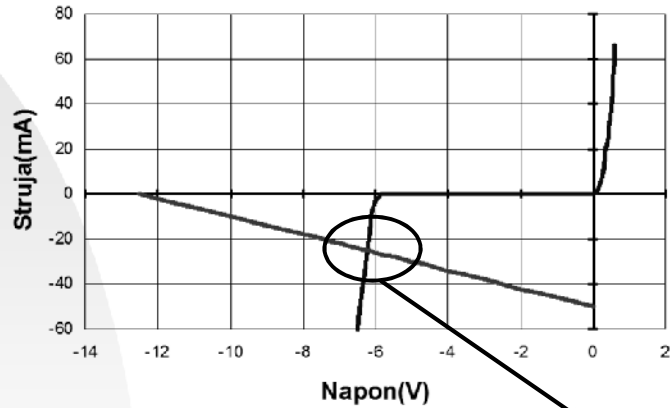
- U-I karakteristika nelinearnog elementa zadana je tabelarno.



Početna stranica

Stranica: X-11

- Graficki prikazane U-I karakteristike:



Presjecište krivulja određuje struju i napon na N:

$$U_N = -6.2 [V]$$

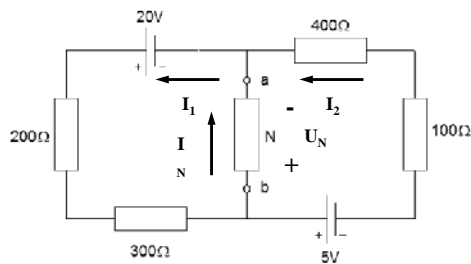
$$I_N = -25 [mA]$$

Rad: $A = U \cdot I \cdot t = (-6.2) \cdot (-25 \cdot 10^{-3}) \cdot 45 \cdot 60$
 $A = 418.5 [Ws]$

Početna stranica

Stranica: X-12

- Iz izraza unatih vrijednosti vidljivo je da struja teče od b prema a i da je potencijal točke b viši nego točke a:



- Struje u ostatku mreže:

$$U_{ab} = U_N = -6.2 = I_1 \cdot 300 + I_1 \cdot 200 - 20$$

$$U_{ab} = U_N = -6.2 = -5 - I_2 \cdot 100 - I_2 \cdot 400$$

$$I_1 = 27.6 [mA]; \quad I_2 = 2.4 [mA]$$

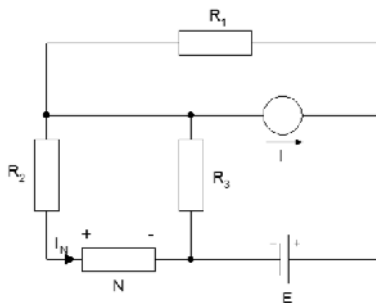
Početna stranica

Stranica: X-13

4. zadatak

Za mrežu prema slici odredite iznos struje I strujnog izvora da bi kroz nelinearni element tekla struja $I_N = 4$ [mA] ozna enog smjera. U-I karakteristika zadana je izrazom $I_N = k \cdot U^{3/2}$, gdje je $k = 0.5 \cdot 10^{-6}$ [AV^{-3/2}]. Zadano:

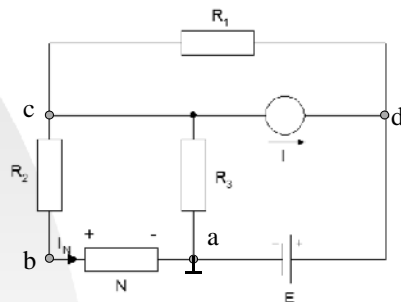
- $R_1 = 30$ [k Ω]
- $R_2 = 20$ [k Ω]
- $R_3 = 60$ [k Ω]
- $E = 900$ [V]



Po etna stranica

Stranica: X-14

- U mreži ozna imo vorove, a vor a kao to ku referentnog potencijala:



$$\varphi_a = 0 \text{ [V]}$$

- Potencijal to ke d:

$$\varphi_d = \varphi_a + E = +900 \text{ [V]}$$

- Pomo u zadane struje I_N mogu se odrediti potencijali to aka b i c:

$$\varphi_b = \varphi_a + U_N = \varphi_c + \left(\frac{I_N}{k}\right)^{\frac{2}{3}} = 0 + \left(\frac{4 \cdot 10^{-3}}{0.5 \cdot 10^{-6}}\right)^{\frac{2}{3}} = +400 \text{ [V]}$$

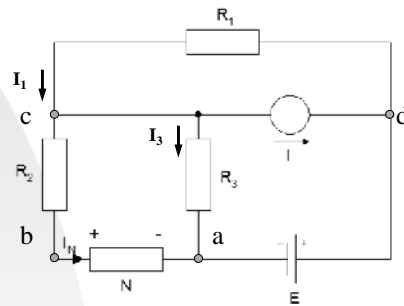
$$\varphi_c = \varphi_b + I_N \cdot R_2 = 400 + 4 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^3 = +480 \text{ [V]}$$



Po etna stranica

Stranica: X-15

- Uz označene smjerove struja, odredimo struje u pojedinim granama i struju strujnog izvora I:



- Potencijali svih točaka

$$\varphi_a = 0 \text{ [V]}$$

$$\varphi_b = +400 \text{ [V]}$$

$$\varphi_c = +480 \text{ [V]}$$

$$\varphi_d = +900 \text{ [V]}$$

$$\varphi_d - \varphi_c = R_1 \cdot I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{\varphi_d - \varphi_c}{R_1}$$

$$\varphi_c - \varphi_a = R_3 \cdot I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{\varphi_c - \varphi_a}{R_3}$$

$$I_1 = I_N + I_3 + I$$

$$I = \frac{\varphi_d - \varphi_c}{R_1} - I_N - \frac{\varphi_c - \varphi_a}{R_3} = \frac{900 - 480}{30 \cdot 10^3} - 4 \cdot 10^{-3} - \frac{480 - 0}{60 \cdot 10^3}$$

$$I = 14 - 4 - 8 = 2 \text{ [mA]}$$



Početna stranica

Tevenenova teorema

Ciljevi

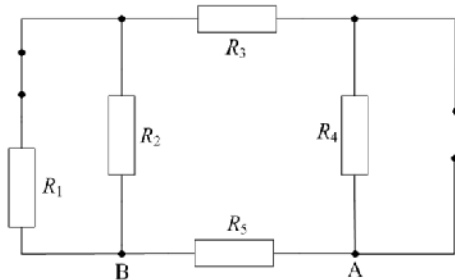
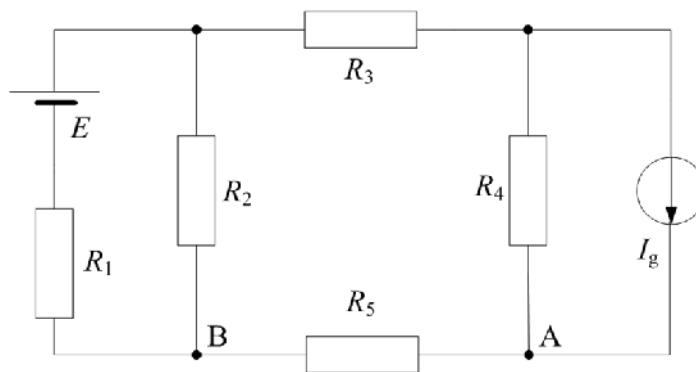
- Određivanje parametara Tevenenovog generatora
- Primena Tevenenove teoreme sa ciljem pojednostavljivanja analize električnog kola

Za kolo prikazano na slici poznato je:

$$E=10 \text{ V}, I_g= 100 \text{ mA}, R_1=400 \text{ } , R_2=600 \text{ } ,$$

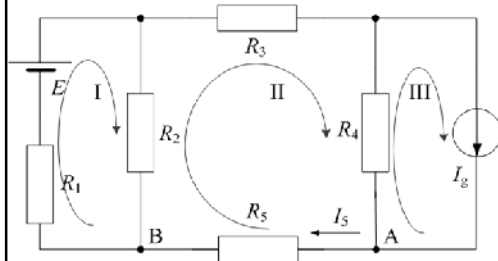
$$R_3=120 \text{ } , R_4=40 \text{ } , R_5=100 \text{ } .$$

Određiti ekvivalentan Tevenenov generator između tačaka A i B



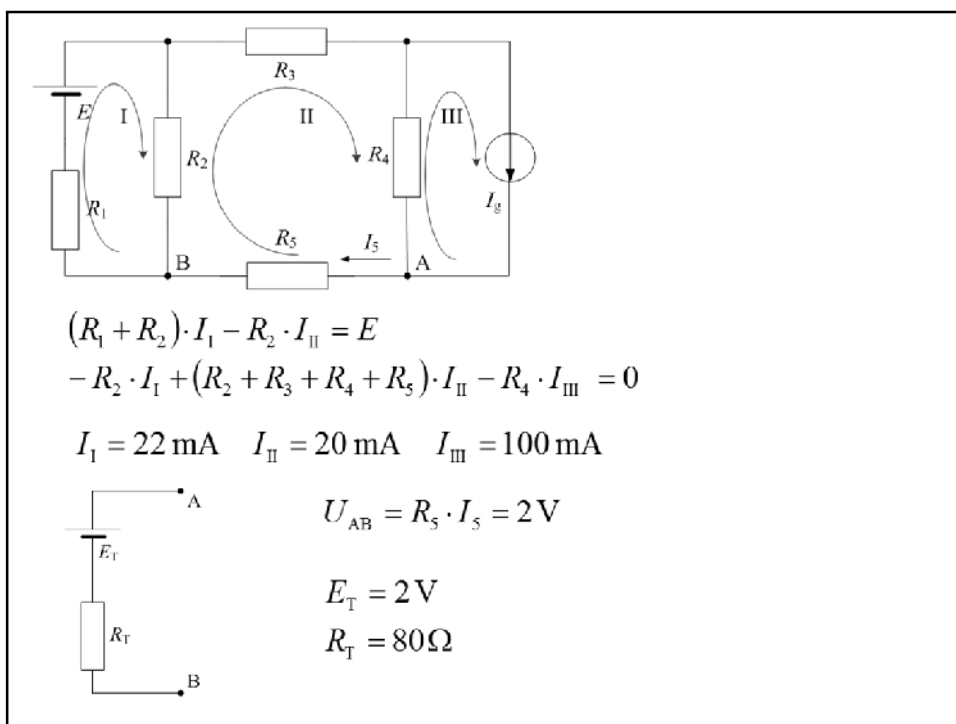
$$R_T = ((R_1 \parallel R_2) + R_3 + R_4) \parallel R_5$$

$$R_T = 80 \Omega$$



$$E_T = U_{AB} = R_5 \cdot I_5$$

$$I_5 = I_{II}$$

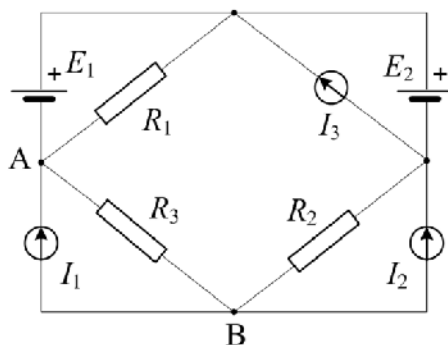


Za kolo prikazano na slici poznato je:

$$E_1=12 \text{ V}, E_2=30 \text{ V}, I_1=10 \text{ mA}, I_2=20 \text{ mA}, I_3=30 \text{ mA},$$

$$R_1=1200 \quad , R_2=200 \quad , R_3=600 \quad .$$

Odrediti ekvivalentan Tevenenov generator između tačkaka A i B



$V_A = -E_1 = -12 \text{ V}$
 $V_C = -E_2 = -30 \text{ V}$
 $V_B \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - V_A \cdot \frac{1}{R_3} - V_C \cdot \frac{1}{R_2} = -I_1 - I_2$
 $V_B = -30 \text{ V}$
 $E_T = U_{AB} = V_A - V_B = 18 \text{ V}$

$R_T = R_2 \parallel R_3 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 150 \Omega$

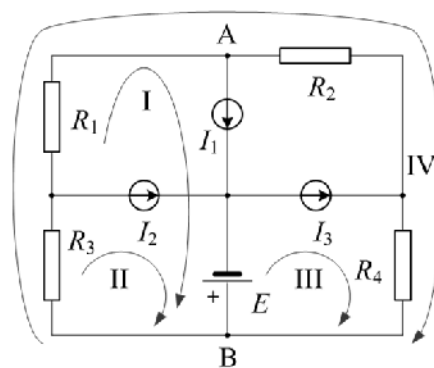
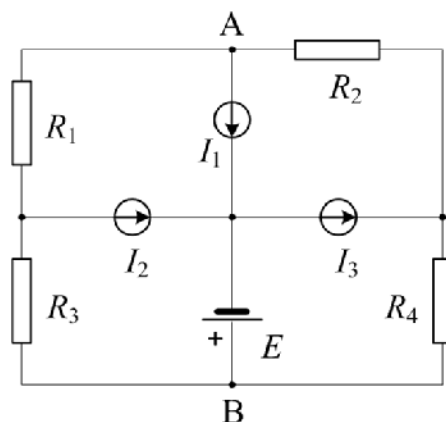
$E_T = 18 \text{ V}$
 $R_T = 150 \Omega$

Za kolo prikazano na slici poznato je:

$$E=20 \text{ V}, I_1=10 \text{ mA}, I_2=20 \text{ mA}, I_3=30 \text{ mA},$$

$$R_1=100 \text{ } , R_2=200 \text{ } , R_3=300 \text{ } , R_4=400 \text{ } .$$

Odrediti ekvivalentan Tevenenov generator između tačkaka A i B



$$I_{\text{I}} = I_1 = 10 \text{ mA}$$

$$I_{\text{II}} = I_2 = 20 \text{ mA}$$

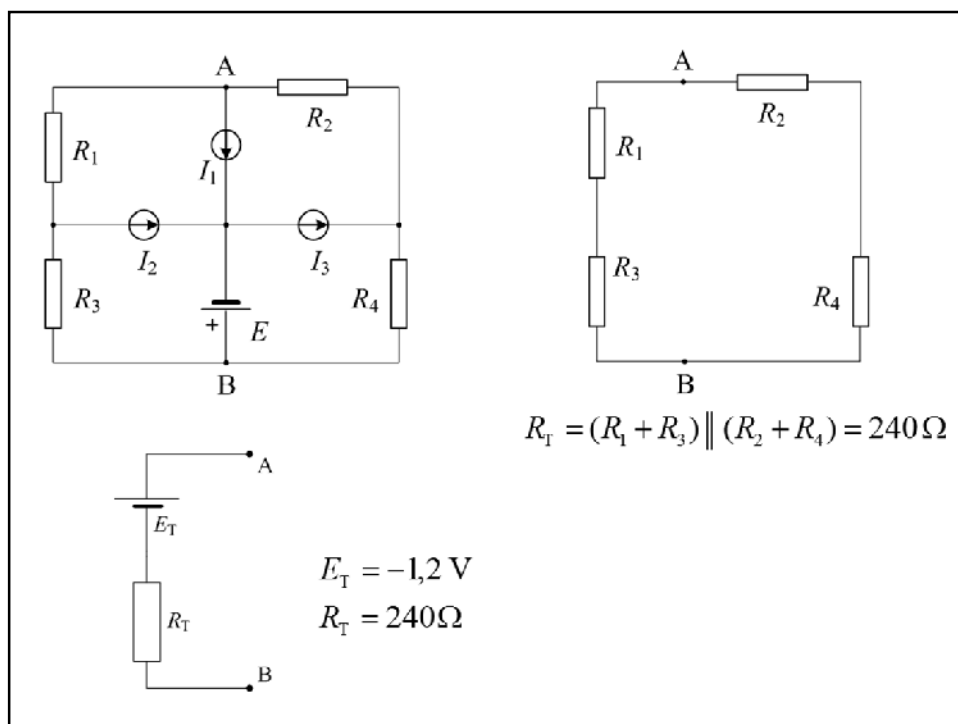
$$I_{\text{III}} = I_3 = 30 \text{ mA}$$

$$I_{\text{IV}} \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + I_{\text{I}} \cdot (R_1 + R_3) + I_{\text{II}} \cdot R_3 + I_{\text{III}} \cdot R_4 = 0$$

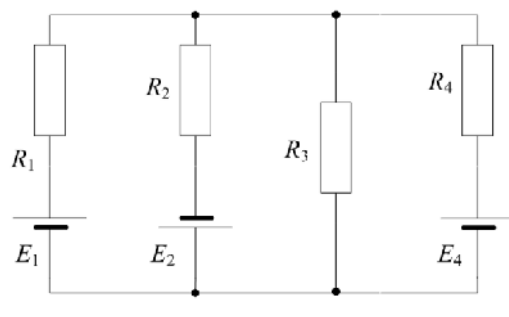
$$I_{\text{IV}} = -22 \text{ mA}$$

$$E_{\text{T}} = U_{\text{AB}} = R_2 \cdot I_{\text{IV}} + R_4 \cdot (I_{\text{III}} + I_{\text{IV}})$$

$$E_{\text{T}} = -1,2 \text{ V}$$



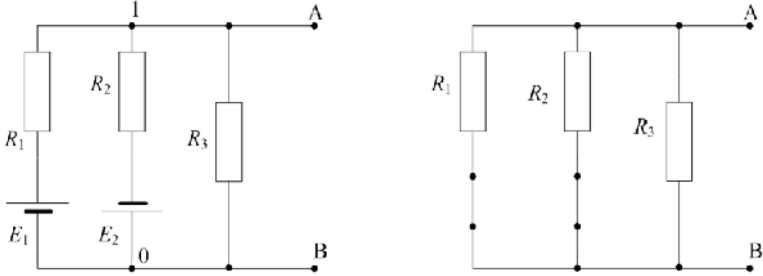
Za električno kolo prikazano na slici poznato je:



$$\begin{aligned}
 R_1 &= 200 \\
 R_2 &= 60 \\
 R_3 &= 300 \\
 R_4 &= 10
 \end{aligned}$$

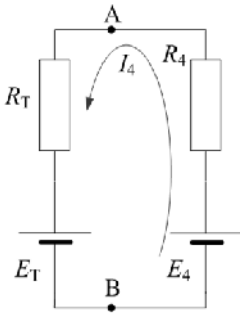
$$\begin{aligned}
 E_1 &= 100 \text{ V} \\
 E_2 &= 120 \text{ V} \\
 E_4 &= 40 \text{ V}
 \end{aligned}$$

Primenom Tevenenove teoreme naći struju kroz granu 4 i snagu koju razvija E_4 .



$G_{11} \cdot U_{10} = I_1$
 $G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$
 $I_1 = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}$
 $\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot U_{10} = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}$
 $E_T = U_{10} = U_{AB} = -60 \text{ V}$

$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$
 $R_T = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} = 40 \Omega$



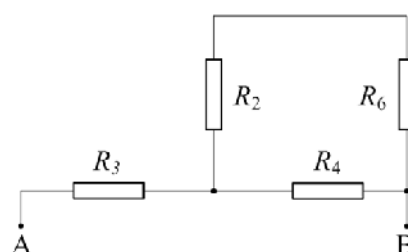
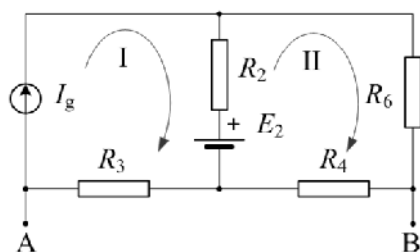
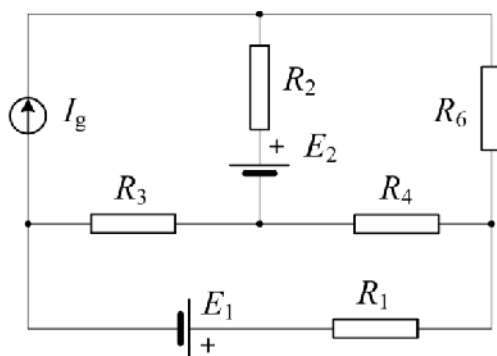
$E_T - R_T \cdot I_4 - R_4 \cdot I_4 - E_4 = 0$
 $I_4 = \frac{E_4 - E_T}{R_T + R_4} = 2 \text{ A}$
 $P_{E_4} = E_4 \cdot I_4$
 $P_{E_4} = 80 \text{ W}$

Za električno kolo prikazano na slici poznato je:

$$E_1=30 \text{ V}, E_2=9 \text{ V}, I_g=10 \text{ mA},$$

$$R_1=200 \text{ } \Omega, R_2=250 \text{ } \Omega, R_3=100 \text{ } \Omega, R_4=1000 \text{ } \Omega, R_6=600 \text{ } \Omega.$$

Primenom Tevenenove teoreme naći snagu koja se razvija na otporniku R_1 .



$$I_I = I_g = 10 \text{ mA}$$

$$I_{II} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_I \cdot R_2 = E_2$$

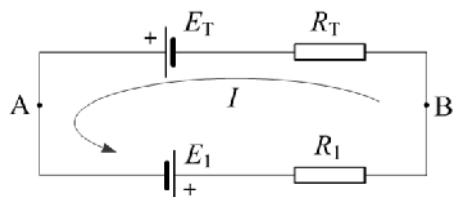
$$I_{II} = 6,22 \text{ mA}$$

$$E_T = -R_3 \cdot I_I - R_4 \cdot I_{II}$$

$$E_T = -7,22 \text{ V}$$

$$R_T = R_3 + (R_4 \parallel (R_2 + R_6))$$

$$R_T = 560 \text{ } \Omega$$



$$I = \frac{E_T + E_1}{R_T + R_1} = 30 \text{ mA}$$

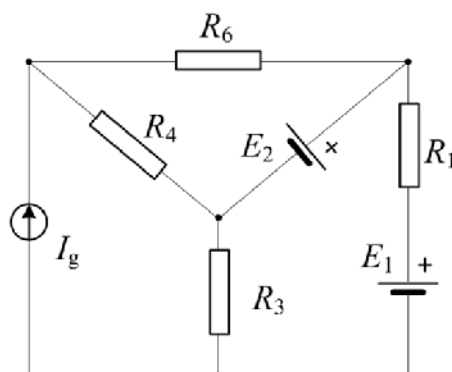
$$P_{R1} = R_1 \cdot I^2 = 180 \text{ mW}$$

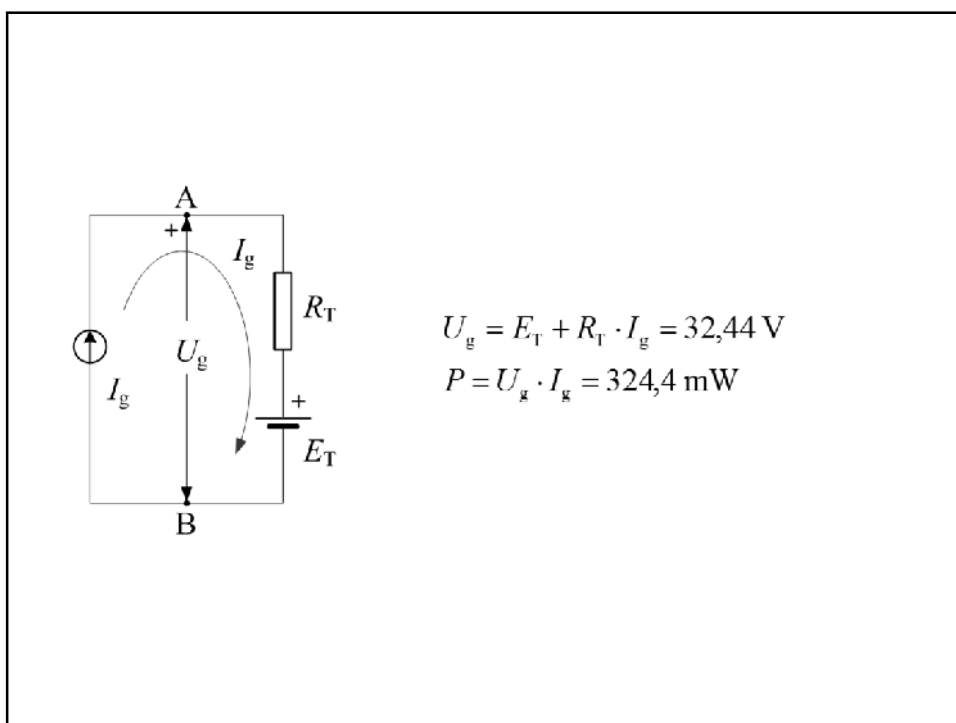
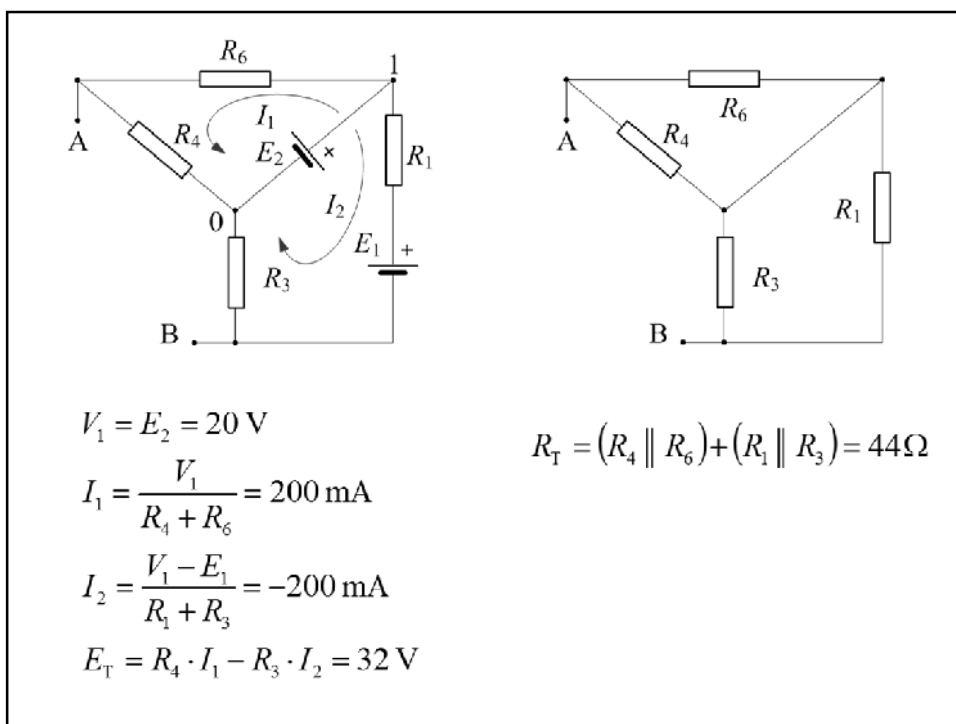
Za električno kolo prikazano na sliki poznato je:

$$E_1 = 45 \text{ V}, E_2 = 20 \text{ V}, I_g = 10 \text{ mA},$$

$$R_1 = 25 \text{ } \Omega, R_3 = 100 \text{ } \Omega, R_4 = 60 \text{ } \Omega, R_6 = 40 \text{ } \Omega.$$

Primenom Tevenove teoreme naći snagu koju razvija strujni generator I_g .



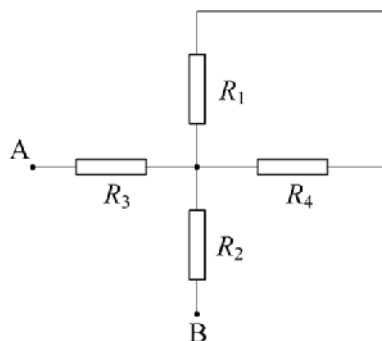
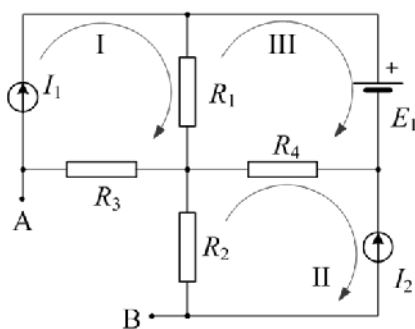
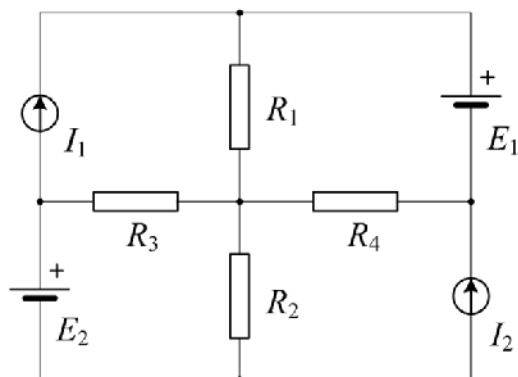


Za električno kolo prikazano na slici poznato je:

$$E_1=18 \text{ V}, E_2=20 \text{ V}, I_1=10 \text{ mA}, I_2=20 \text{ mA},$$

$$R_1=600 \text{ } \Omega, R_2=400 \text{ } \Omega, R_3=400 \text{ } \Omega, R_4=600 \text{ } \Omega.$$

Primenom Tevenenove teoreme naći snagu koju razvija naponski generator E_2 .

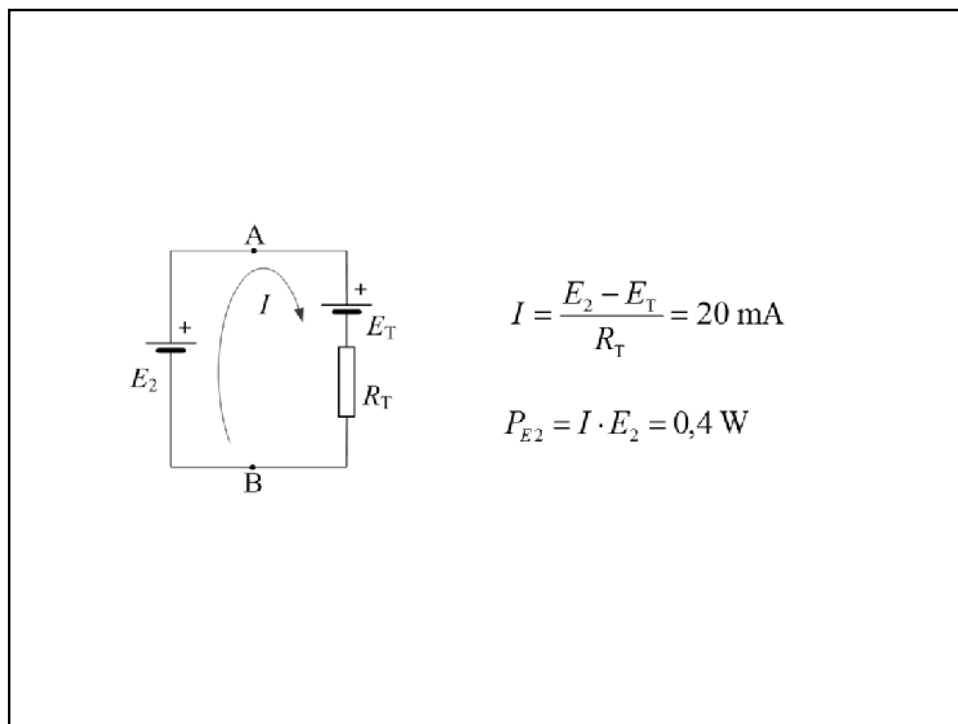


$$I_{\text{I}} = I_1 = 10 \text{ mA}$$

$$I_{\text{II}} = -I_2 = -20 \text{ mA}$$

$$E_{\text{T}} = U_{\text{AB}} = -R_3 \cdot I_{\text{I}} - R_2 \cdot I_{\text{II}} = 4 \text{ V}$$

$$R_{\text{T}} = R_2 + R_3 = 800 \text{ } \Omega$$

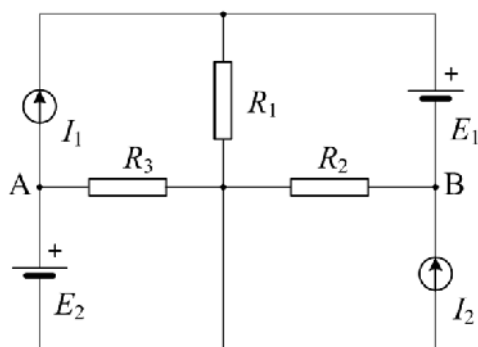


Za kolo prikazano na slici poznato je:

$$E_1 = 18 \text{ V}, E_2 = 20 \text{ V}, I_1 = 10 \text{ mA}, I_2 = 20 \text{ mA},$$

$$R_1 = 600 \text{ } \Omega, R_2 = 600 \text{ } \Omega, R_3 = 400 \text{ } \Omega.$$

Odrediti ekvivalentan Tevenenov generator između tačka A i B



$I_I = I_1 = 10 \text{ mA}$
 $I_{II} = -I_2 = -20 \text{ mA}$
 $I_{III} \cdot (R_1 + R_2) - I_I \cdot R_1 - I_{II} \cdot R_2 = -E_1$
 $I_{III} = -20 \text{ mA}$
 $E_T = U_{AB} = E_2 + R_2 \cdot (I_{II} - I_{III}) = 20 \text{ V}$

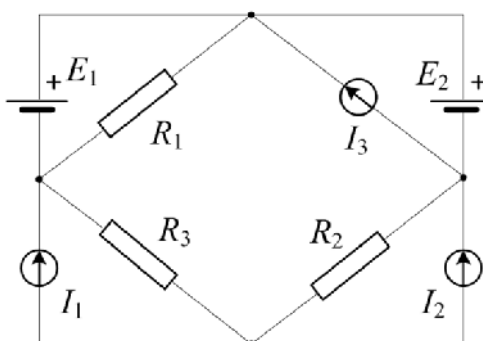
$R_T = R_1 \parallel R_2 = 300 \Omega$

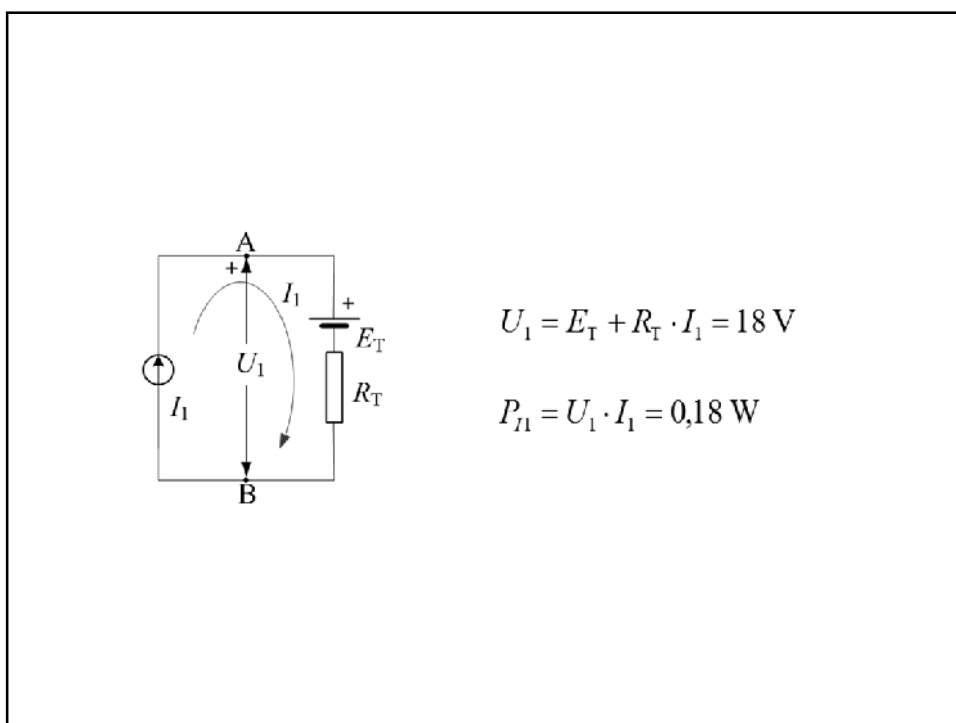
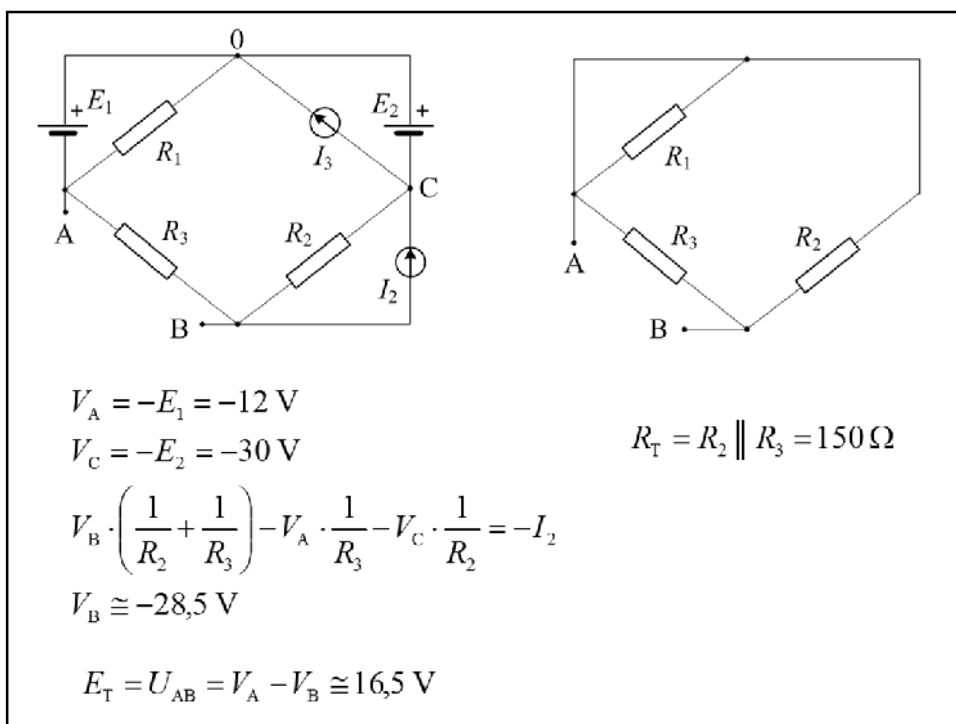
Za kolo prikazano na slici poznato je:

$$E_1=12 \text{ V}, E_2=30 \text{ V}, I_1=10 \text{ mA}, I_2=20 \text{ mA}, I_3=30 \text{ mA},$$

$$R_1=1200 \Omega, R_2=200 \Omega, R_3=600 \Omega.$$

Primenom Tevenenove teoreme naći snagu koju razvija strujni generator I_1 .



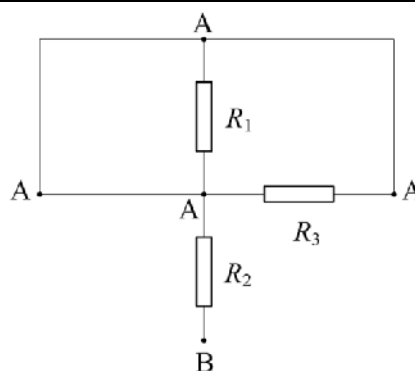
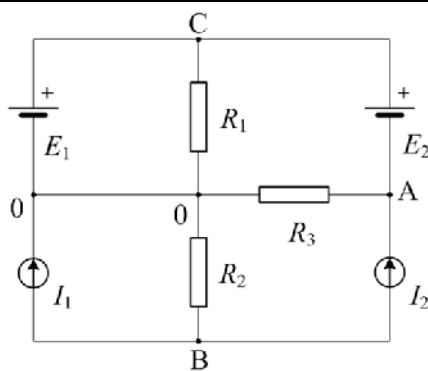
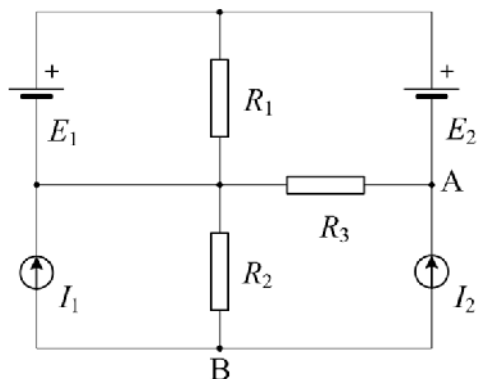


Za kolo prikazano na slici poznato je:

$$E_1=42 \text{ V}, E_2=30 \text{ V}, I_1=10 \text{ mA}, I_2=20 \text{ mA},$$

$$R_1=1200 \text{ } , R_2=200 \text{ } , R_3=600 \text{ } .$$

Odrediti ekvivalentan Tevenenov generator između tačaka A i B



$$V_A = 42 \text{ V}$$

$$V_C = 12 \text{ V}$$

$$V_B = -R_2 \cdot (I_1 + I_2)$$

$$V_B = -6 \text{ V}$$

$$E_T = U_{AB} = V_A - V_B = 18 \text{ V}$$

$$R_T = R_2 = 200 \Omega$$

MJERNI MOSTOVI

Mjerni mostovi se veoma često koriste kod mjerenja neelektričnih veličina električnim putem. Izlazni signal sa jedne grane mjernog mosta je obično napon koji direktno ovisi o promjeni mjerene fizikalne veličine.

Mjereni mostovi omogućavaju realiziranje preciznih metoda za mjerenje otpora, induktiviteta, kapaciteta itd. Za mjerenje otpora obično se koristi istosmjerni napon, a za mjerenje induktiviteta, međui nduktiviteta, kapaciteta i frekvencije koristi se izmjenični napon.

Najtačnije su takozvane nulte metode kada se mjerena veličina upoređuje sa poznatom veličinom. Mjerena veličina se komparira sa poznatom veličinom kada nulindikator pokazuje nultu vrijednost. Od nultih metoda najpoznatije su mosne i kompenzacione metode.

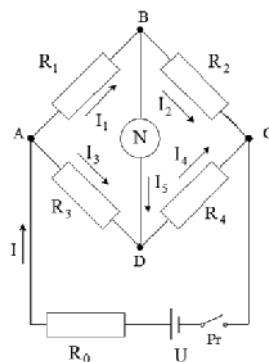
Mosne metode realiziraju se preko mjernih mostova koji mogu da budu prilagođeni kako za istosmjernu tako i za izmjeničnu struju.

VITSTONOV MOST ISTOSMJERNE STRUJE

Mjerenje otpornosti Vitstonovim mostom predstavlja jednu od najtačnijih mjernih metoda za mjerenje otpornosti srednjih i velikih vrijednosti.

Vitstonov most sastoji se od četiri grane (Slika 1), koje su spojene tako da se u jednoj dijagonali mosta (B-D) nalazi nulindikator, a u drugoj dijagonali (A-C) je spojen izvor jednosmjernog napona svojim vlastitim otporom R_0 . Dijagonala B-D naziva se (mjerna dijagonala), a dijagonala A-C se naziva napojna dijagonala. Ova metoda spada u metode poređenja, jer se međusobno porede otpori u mostu.

Slika 1. Shema Vitstonovog mosta



U slučaju da su poznata tri otpora može se odrediti četvrti otpor.

Međusobno se izjednačavaju naponi U_{AB} i U_{AD} , kao i U_{BC} i U_{DC} . Prema načinu primjene instrumenta (galvanometar N) metoda spada među nulte metode. Most je u ravnoteži kada nema otklona kazaljke nulinstrumenta što znači da je $I_5=0$, kao i to da su potencijali tačaka B i D jednaki, $U_{BD}=0$. To dalje znači da su padovi napona U_{AD} i U_{AB} međusobno isti, kao i padovi napona U_{BC} i U_{DC} .

Prema tome, važi:

$$U_{AB} = R_1 I_1 = U_{AD} = R_3 I_3,$$

$$U_{BC} = R_2 I_2 = U_{DC} = R_4 I_4. \quad (1)$$

Obzirom da je $I_5=0$ dalje se može pisati da je $I_2=I_1$ i $I_4=I_3$, pa je:

$$R_1 I_1 = R_3 I_3,$$

$$R_2 I_1 = R_4 I_3. \quad (2)$$

Količnik ove dvije jednačine je:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}. \quad (3)$$

Ako je nepoznati otpor u prvoj grani $R_1=R_X$, iz jednačine (3), može se pisati da je:

$$R_X = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (4)$$
