

PITANJA 1

Septembar 2016

1. Pitanja iz Neodredjenih integrala

ZADATAK 1.1. Integral racionalne funkcije hiperbolnih funkcija oblika

$$\int \mathcal{R}(\operatorname{sh} x, \operatorname{ch} x) dx.$$

ZADATAK 1.2. Integral oblika

$$\int \mathcal{R}(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx.$$

2. Pitanja iz Odredjenih integrala

ZADATAK 2.1. O čemu govori slijedeći teorem:

THEOREM 2.1. *Ako su funkcije $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidne i $g(x) \neq 0$, tada postoji tačka $c \in (a, b)$ takva da je*

$$\frac{f(c)}{g(c)} = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$$

Posebno (uz $g(x) \equiv 1$) vrijedi

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

3. Pitanja iz Diferencijalnih jednačina

ZADATAK 3.1. Nadjite singularno rješenje diferencijalne jednačine

$$y^2(1 + y'^2) = \alpha^2, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

4. Pitanja iz Funkcija više varijabli

ZADATAK 4.1. Dovoljni uslovi za postojanje lokalnog ekstrema funkcija više varijabli.

PITANJA 2

Septembar 2016

1. Pitanja iz Neodredjenih integrala

ZADATAK 1.1. Integral racionalne funkcije hiperbolnih funkcija oblika

$$\int \mathcal{R}(\operatorname{sh} x, \operatorname{ch} x) dx.$$

2. Pitanja iz Odredjenih integrala

ZADATAK 2.1. Iskazati Newton-Leibnitzovu formulu (Potrebne i dovoljne uslove za njeno postojanje) i njeno značenje pokazati na slijedećem primjeru $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx$.

3. Pitanja iz Diferencijalnih jednačina

ZADATAK 3.1. (a) Clairautova diferencijalna jednačina. (b) Nadjite opšte i singularno rješenje slijedeće jednačine

$$x = \frac{y}{y'} - \frac{1}{(y')^2}.$$

4. Pitanja iz Funkcija više varijabli

ZADATAK 4.1. O čemu govori slijedeći teorem

THEOREM 4.1. *Neka funkcije $f, \varphi : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$, $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^2$, imaju na \mathcal{D} neprekidne sve parcijalne derivacije do uključivo drugog reda.*

(i) *Ako funkcija f u tački $(x_0, y_0) \in \mathcal{D}$ u kojoj je $\varphi'_y(x_0, y_0) \neq 0$ ima lokalni vezani ekstrem uz uslov $\varphi(x, y) = 0$, onda mora postojati realan broj λ_0 takav da za trojku (x_0, y_0, λ_0) vrijedi*

$$(4.1) \quad f'_x(x_0, y_0) + \lambda_0 \varphi'_x(x_0, y_0) = 0, \quad f'_y(x_0, y_0) + \lambda_0 \varphi'_y(x_0, y_0) = 0, \quad \varphi(x_0, y_0) = 0.$$

(ii) *Ako su tačka $(x_0, y_0) \in \mathcal{D}$ i realan broj λ_0 takvi da trojka (x_0, y_0, λ_0) zadovoljava uslove (4.1) i ako je $\tilde{f}''(x_0) \neq 0$, pri emu je $\tilde{f}''(x)$ definirano formulom*

$$\tilde{f}''(x) = f''_{xx}(x, y) + 2f''_{xy}(x, y)g'(x) + f''_{yy}(x, y)g'(x)^2 - \frac{f'_y(x, y)}{\varphi'_y(x, y)} \cdot [\varphi''_{xx}(x, y) + 2\varphi'_{xy}(x, y)g'(x) + \varphi''_{yy}(x, y)g'(x)^2],$$

onda funkcija f u tački (x_0, y_0) ima lokalni vezani ekstrem uz uslov $\varphi(x, y) = 0$ i to minimum ako je $\tilde{f}''(x_0) > 0$, odnosno maksimum ako je $\tilde{f}''(x_0) < 0$.

PITANJA 3

Septembar 2016

1. Pitanja iz Neodredjenih integrala

ZADATAK 1.1. Izračunajte integrale:

$$\int x^{-11}(1+x^4)^{-1/2} dx \quad \int \frac{\sqrt{1+\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$$

2. Pitanja iz Odredjenih integrala

ZADATAK 2.1. O čemu govori sljedeće teorem:

THEOREM 2.1. *Neka su funkcije $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ integrabilne na $[a, b]$. Tada vrijedi:*

(i)

$$\int_a^b (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx,$$

(ii) *Ako je $f(x) \leq g(x)$ za svaki $x \in [a, b]$, tada je*

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx,$$

(iii)

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx.$$

ZADATAK 2.2. Determiniši Nesvojstveni integral 'prve vrste'.

3. Pitanja iz Diferencijalnih jednačina

ZADATAK 3.1. (a) Diferencijalna jednačina sa egzaktnim diferencijalom?

(b) Nadjite opšte i singularna rješenja sljedeće jednačine

$$(2x + 2y^2)dx + (4xy + 3y^2)dy = 0.$$

4. Pitanja iz Višestrukih integrala

ZADATAK 4.1. Zamjena promjenljivih kod trostrukog integrala.